

ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА,
ПРИБОРОСТРОЕНИЕ
И СВЯЗЬ

ELECTRONICS, PHOTONICS,
INSTRUMENT MAKING
AND COMMUNICATIONS

УДК 535.411.854

DOI: 10.17212/2782-2001-2026-1-113-124

Реконструкция разности фаз интерферирующих полей по двум интерференционным картинам*

В.И. ГУЖОВ^a, С.П. ИЛЬИНЫХ^b, Д.С. ХАЙДУКОВ^c, Ф.А. СКОРОХОДОВ^d

630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный техни-
ческий университет (НЭТИ)

^a vigguzhov@gmail.com ^b isp51@yandex.ru ^c dmitrihaydukov@gmail.com

^d skoroxodov@corp.nstu.ru

Интерферометрия является очень мощным инструментом для проведения точных измерений. Однако обычные интерферометрические методы имеют некоторые серьезные ограничения. При двухлучевой интерференции точность, с которой может быть определен центр полосы, ограничена синусоидальным распределением интенсивности в диаграмме направленности. Кроме того, количественная информация о форме поверхности доступна только по минимумам и максимумам интенсивности. Данные в других точках могут быть получены только путем интерполяции интерферирующих полос поперек поля. Наконец, часто бывает трудно определить структуру интерференционных полос, что вызывает сложности их интерпретации. Для решения проблем определения структуры и интерпретации были предложены различные методы. Одним из самых ранних было использование телевизионной камеры, подключенной к цифровому компьютеру, для хранения и обработки распределения интенсивности по краям для определения максимумов и минимумов. Тем не менее наиболее широко используемым методом в настоящее время является цифровая интерферометрия с управляемым фазовым сдвигом. При этом для определения разности фаз требуется не менее трех линейно независимых интерференционных картин. В статье предлагается новый подход измерения разности фаз на основе анализа распределения точек, образованной значениями интенсивности точек по двум интерференционным картинам с различными фазовыми сдвигами. В данном методе не требуется определения фактических значений наклона углов интерферирующих волновых фронтов. Выполнен теоретический анализ и приведены экспериментальные результаты реконструкции фазы по двум интерференционным картинам предлагаемого подхода. Полученные результаты позволяют сокращать время измерений, что немаловажно при анализе быстропротекающих процессов, а исключение операций контроля фазосдвигающего устройства снижает требования к экспериментальной установке.

Ключевые слова: интерферограмма, оптическая интерферометрия, определение разности фаз, метод пошагового фазового сдвига, эллиптическая траектория, преобразование траектории 2D в 3D, восстановление фазы, анализ интерференционных полос, измерительные системы

* Статья получена 21 сентября 2025 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №24-29-00006 «Разработка методов цифровой голографической интерферометрии».

ВВЕДЕНИЕ

Основная цель расшифровки интерференционных картин – реконструкция разности между объектной и опорной волнами описываемых основным уравнением интерференции [1]:

$$I(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y)\cos(\varphi(x, y))], \quad (1)$$

где $I(x, y)$ – интенсивность в точке (x, y) , $I_0(x, y)$ – средняя яркость, $V(x, y)$ – модуляция интенсивности, $\varphi(x, y)$ – фазовая разность между опорным и объектным волновыми фронтами.

Сложность расшифровки заключается в том, что в уравнении (1) три неизвестных – $I_0(x, y)$, $V(x, y)$ и $\varphi(x, y)$, поэтому приходится использовать несколько уравнений [2, 3], каждое из них образуется смещением опорного зеркала интерферометра:

$$I_i(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y)\cos(\varphi(x, y) + \delta_i)], \quad (2)$$

где δ_i – вносимый фазовый сдвиг, $i = 1, 2, \dots, N$, N – общее количество точек.

Такой подход получил название «метод фазовых сдвигов». Метод широко применяется во многих областях практических приложений, в том числе в цифровой голографии [4] и электронной спекл-интерферометрии [5]

В [2] показано, что для нахождения разности фаз достаточно трех фазовых сдвигов. В этом случае уравнения, входящие в систему (2), будут линейно независимы. Однако решение может быть найдено и тогда, когда два уравнения будут линейно независимы (это обеспечивается внесением фазовых сдвигов), а третье получено с помощью линейно зависимого уравнения. Существующие методы для решения системы тригонометрических уравнений вида (2) при трех значениях фазовых сдвигов подробно рассмотрены в работе [1, 2].

Для нахождения разности фаз $\varphi(x, y)$ из этих уравнений необходимо иметь точные значения δ_i , что на практике довольно сложно сделать из-за того, что устройство, контролирующее сдвиг, должно обладать точностью измерения перемещения опорного зеркала интерферометра до долей нанометра [6]. В основном погрешность при определении разности фаз определяется ошибками при задании или определении фазового сдвига. Анализ причин погрешностей при нахождении разности фаз с использованием различных алгоритмов можно найти в [6–10]. Это увеличение времени измерений, связанное с необходимостью получения большого количества интерферограмм; возрастание шума, препятствующее получению точных результатов измерений, и необходимость точного задания фазовых сдвигов, что приводит к усложнению аппаратной части измерительной системы.

Указанные недостатки многоточечных алгоритмов вызвали широкий интерес к разработке двухточечных алгоритмов [11–23]. В этих методах $I_1(x, y)$ – интенсивность в точке (x, y) для первой интерференционной картины и $I_2(x, y)$ соответственно интенсивность в точке (x, y) для второй интерференционной картины. При ортогональных фазовых сдвигах $\delta_1 = 0^\circ$ и $\delta_2 = 90^\circ$ распределение интенсивностей в системе координат (I_1, I_2) на плоскости

будет описывать траекторию, являющую собой кривую второго порядка (окружность). Такой подход позволяет рассчитывать разность фаз интерферирующих опорного и предметного пучков, не прибегая к решению системы уравнений (2). Для этого используют следующие методы: главных компонент [11], ортогонализации Грамма–Шмидта [12], сингулярной декомпозиции [13], минимума евклидовой нормы [13] и нейросетовой анализ [14–17].

Для неортогональных фазовых сдвигов такая траектория будет эллипсом [18–20]. В этом случае путем растяжения эллиптическая траектория приводится к круговой. Однако при этом происходит усиление ошибки пропорционально коэффициенту растяжения.

В статье представлен новый метод определения разности фаз только по двум интерференционным картинам, причем значения фазовых сдвигов могут быть неортогональными.

1. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Предлагаемый подход основан на переносе эллиптической траектории, образованной распределением интенсивностей $I_1(x, y)$ и $I_2(x, y)$ в двумерной плоскости в трехмерное пространство. Для этого 2D-эллипсоидное распределение интенсивностей проецируется на наклонную 3D-плоскость, так чтобы траектория образовывала круговое распределение. Эллипс (кривую второго порядка) в трехмерном пространстве можно представить как сечение кругового цилиндра. В этом случае задача состоит в нахождении основания цилиндра, которое и будет являться круговым распределением точек.

Траектория кривой второго порядка точек на 2D-плоскости задается следующим уравнением:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0. \tag{3}$$

Коэффициенты уравнения (3) a_{ij} можно определить методом наименьших квадратов [21]:

$$\begin{bmatrix} a_{33} \\ 2a_{13} \\ 2a_{23} \\ 2a_{12} \\ a_{11} \\ a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum_i x_i & \sum_i y_i & \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i^2 & \sum_i y_i^2 \\ \sum_i x_i & \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i x_i^3 & \sum_i x_i y_i^2 \\ \sum_i y_i & \sum_i x_i y_i & \sum_i y_i^2 & \sum_i x_i y_i^2 & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i y_i^3 \\ \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i x_i y_i^2 & \sum_i x_i^2 y_i^2 & \sum_i x_i^3 y_i & \sum_i x_i y_i^3 \\ \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i^3 & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i x_i^3 y_i & \sum_i x_i^4 & \sum_i x_i^2 y_i^2 \\ \sum_i y_i^2 & \sum_i x_i y_i^2 & \sum_i y_i^3 & \sum_i x_i y_i^3 & \sum_i x_i^2 y_i^2 & \sum_i y_i^4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

где x_i и y_i – координаты точек, $i = 1, 2, \dots, N$, N – общее количество точек.

Найдем отношение главных осей эллипса:

$$\text{при } \lambda_1 > \lambda_2 \quad a = \sqrt{(-1/\lambda_2)(A/D)}, \quad b = \sqrt{(-1/\lambda_1)(A/D)}, \quad (5)$$

$$\text{при } \lambda_1 < \lambda_2 \quad a = \sqrt{(-1/\lambda_1)(A/D)}, \quad b = \sqrt{(-1/\lambda_2)(A/D)}, \quad (6)$$

где D и A – инварианты уравнения (3):

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Здесь λ_1 и λ_2 – собственные числа матрицы D , их можно найти, решая характеристическое уравнение кривой второго порядка

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Круговая траектория получается сечением кругового цилиндра плоскостью, в которой лежит траектория, образуемая интенсивностями I_1, I_2 . Координаты вектора проекции \vec{L} находят из уравнения

$$\vec{L} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) \\ \sin(\Omega) \\ b/a \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где Ω – главный угол эллипса.

Угол Ω находят так:

$$\Omega = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}. \quad (10)$$

Для пересчета исходных координат точек на эллипсе $I(x, y, z)$ к точкам, соответствующим кругу $G(x, y, z)$, выполняется следующее преобразование:

$$\vec{G} = \vec{I} - (\vec{L} \times \vec{I}) \times \vec{L}. \quad (11)$$

Отметим, что круговая траектория образуется внешними точками сечения кругового цилиндра плоскостью, параллельной его основанию.

В результате преобразования (11) ось цилиндра \vec{G}_c может иметь различную пространственную ориентацию. Анализ системы уравнений (2) показывает, что условие равенства $I_0(x, y)$ для всех интерферограмм точек траектории

следующее: ось цилиндра должна проходить по вектору $\vec{E} = I_0(x, y)[1 \ 1 \ 1]^T$. С этой целью нормаль плоскости, в которой находятся точки, поворачивают так, чтобы она совпала с вектором \vec{E} , с помощью матрицы поворота S . Матрицу поворота S можно найти с помощью следующего выражения:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \sin(\beta)A + (1 - \cos(\beta))A^2, \quad (12)$$

где β – угол между векторами \vec{E} и \vec{G}_c , определяется как

$$\beta = \arccos \frac{\vec{E} \cdot \vec{G}_c}{|\vec{E}| \cdot |\vec{G}_c|}, \quad (13)$$

матрица A определяется как

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -R_z & R_y \\ R_z & 0 & -R_x \\ -R_y & R_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

здесь $\vec{R} = \vec{V} / |\vec{V}|$, $\vec{V} = \vec{E} \times \vec{G}_c$ (\times – векторное произведение).

Полученные в результате расчетов по формулам (3) – (14) интенсивности соответствуют трем интерферограммам со следующими значениями сдвигов: $\delta_i = 0, 2\pi/3, 4\pi/3$.

2. ЭКСПЕРИМЕНАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для тестирования предложенного алгоритма получены две интерференционные картины (рис. 1) на двухлучевом интерферометре [1]. Первая интерферограмма получена при неподвижном опорном зеркале, а вторая – при смещении опорного зеркала на величину примерно четверть длины волны источника освещения (гелий-неоновый лазер).

Полученные значения интенсивностей переносятся в трехмерное пространство. Значению $I_1(x, y)$ сопоставим координату x , значению $I_2(x, y)$ – координату y и координате z присвоим произвольное постоянное значение (рис. 2).

Путем расчета алгоритма по формулам (3) – (11) получается круговая траектория. Результат распределения точек на круговой траектории показан на рис. 3.

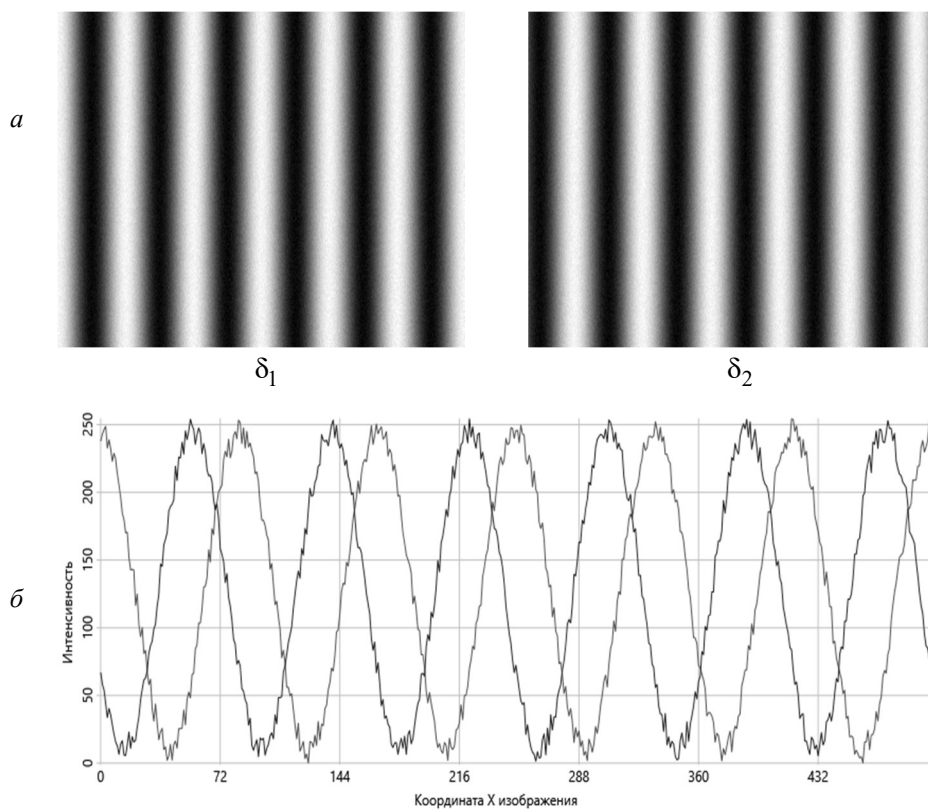


Рис. 1. Две интерференционные картины с фазовыми сдвигами δ_1 , δ_2 (а); графики сечений по центральной строке (б)

Fig. 1. Two interference patterns with phase shifts δ_1 , δ_2 (a); section graphs along the central line (b)

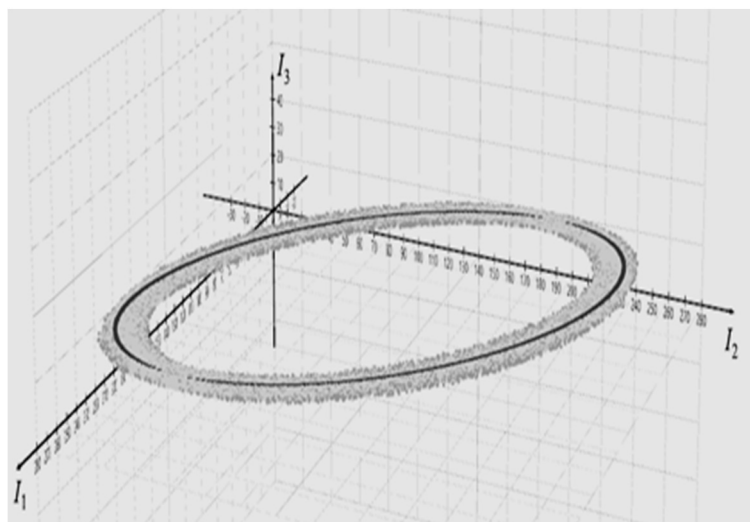


Рис. 2. Распределение интенсивностей в трехмерном пространстве

Fig. 2. Distribution of intensities in a three-dimensional space

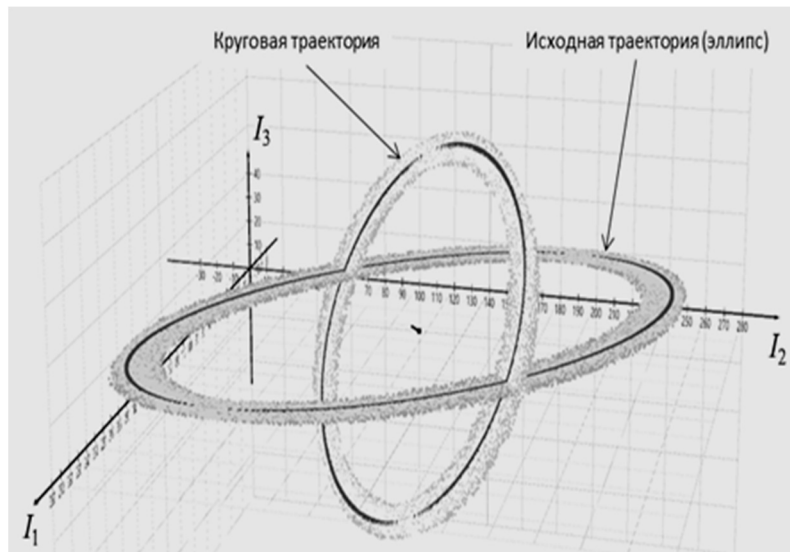


Рис. 3. Результаты преобразования исходного распределения координат точек к круговой траектории

Fig. 3. Results of transforming the original distribution of point coordinates to a circular trajectory

Поворачиваем плоскость, в которой лежит круговое сечение, таким образом, чтобы его нормаль была параллельна вектору $\vec{E} = I_0(x, y) \cdot [1 \ 1 \ 1]^T$ (формулы (12) – (14) алгоритма). Результат поворота круговой траектории показан на рис. 4.

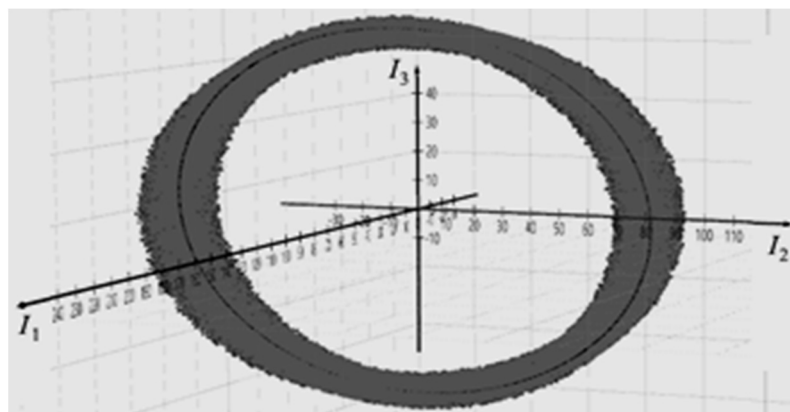


Рис. 4. Распределение точек после поворота

Fig. 4. Distribution of points after rotation

Для расчета фазы $\varphi(x, y)$ используется обобщенный алгоритм расшифровки для трех фазовых сдвигов [22]:

$$\varphi(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{(I_2 - I_3) \sin \delta_1 + (I_3 - I_1) \sin \delta_2 + (I_1 - I_2) \sin \delta_3}{(I_3 - I_2) \cos \delta_1 + (I_1 - I_3) \cos \delta_2 + (I_2 - I_1) \cos \delta_3}. \quad (16)$$

Полученной круговой траектории соответствуют три фазовых сдвига: $0, 2\pi/3, 4\pi/3$. Формулу (16) можно упростить:

$$\varphi(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}(I_3 - I_2)}{2I_1 - I_2 - I_3}, \quad (17)$$

здесь $I_1 = G_1$, $I_2 = G_2$ и $I_3 = G_3$ вычислены по формулам (3) – (14).

Результирующее распределение разности фаз для центральной строки интерферограммы (рис. 1) приведено на рис. 5.

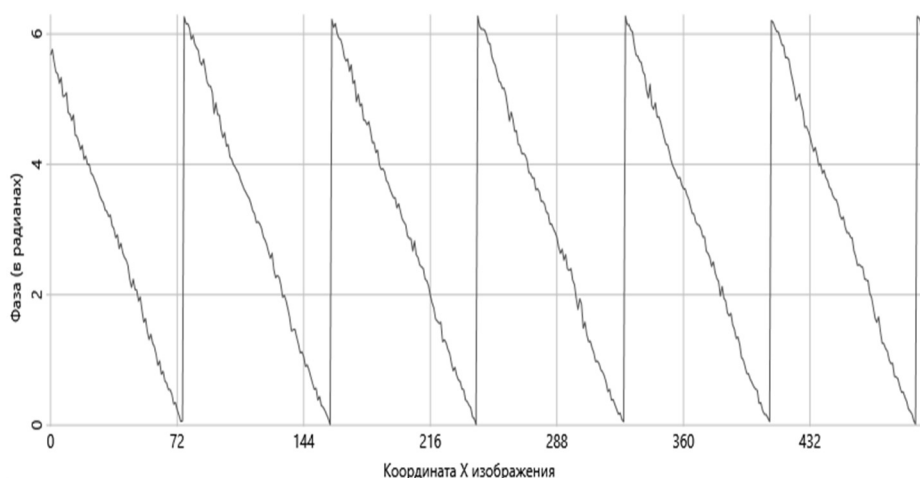


Рис. 5. График разности фаз

Fig. 5. Difference phase graph

Таким образом, используя предлагаемый метод, можно определить поле разности фаз по двум интерференционным картинам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлен новый автоматический метод реконструкции фаз по двум интерференционным картинам. Метод основан на синтезе дополнительной интерференционной картины, получаемой преобразованием интенсивностей двух интерференционных картин, все вместе картины образуют круговую траекторию, которая получается, только если фазовые сдвиги кратны $2\pi/3$. После этого вычисляется искомое поле разности фаз по известным формулам расшифровки.

Для описанного метода точные значения вносимых фазовых сдвигов могут быть произвольными. Внесение только двух фазовых сдвигов в процессе измерения существенно сокращает время измерений, что немаловажно при анализе быстропротекающих процессов и снижает требования к экспериментальной установке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kreis T. Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods. – Wiley-VCH, 2005. – 527 p.
2. Гужов В.И., Ильиных С.П. Оптические измерения. Компьютерная интерферометрия. – Москва: Юрайт, 2025. – 258 с. – ISBN 978-5-534-06855-9.
3. A review for three-step phase-shifting algorithms / Y. Zhang, B. Liu, P. Zhou, H. Wang // Optics and Lasers in Engineering. – 2025. – Vol. 186. – P. 108751. – DOI: 10.1016/j.optlaseng.2024.108751.
4. Two-step phase-shifting interferometry for self-interference digital holography / T. Tahara, Y. Kozawa, A. Ishii, K. Wakunami, Y. Ichihashi, R. Oi // Optics Letters. – 2021. – Vol. 46 (3). – P. 669–672.
5. Muravsky L., Kmet' A., Voronyak T. Two approaches to the blind phase shift extraction for two-step electronic speckle pattern interferometry // Optical Engineering. – 2013. – Vol. 52 (10). – P. 101909. – DOI: 10.1117/1.OE.52.10.101909.
6. Estimation of validity of optical measurements / V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D.S. Khaidukov, R.A. Kuznetsov // 2012 IEEE 11th International Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE). – IEEE, 2012. – Vol. 1. – P. 146–149.
7. Meneses-Fabian C., Tejada-Muñoz N. Self-calibrating phase-shifting interferometry of three unequal phase steps by fitting background light to a polynomial of degree K // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56. – P. 4278–4283. – DOI: 10.1364/AO.56.004278.
8. Ibrahim D.G.A. Calibration of a step height standard for dimensional metrology using phase-shift interferometry and Hamming window: band-pass filter // Journal of Optics. – 2024. – Vol. 53. – P. 1420–1428. – DOI: 10.1007/s12596-023-01279-7.
9. Liu F., Wu Y., Wu F. Phase shifting interferometry from two normalized interferograms with random tilt // Optics Express. – 2015. – Vol. 23 (15). – P. 19932–19946.
10. Fast and robust calibration method of liquid-crystal spatial light modulator based on polarization multiplexing / J. Li, Y. Du, C. Fan, R. Zhao, X. Hu, J. Wan, X. Yang, H. Cheng, Z. Hu, Z. Zhao, H. Zhao // Optics Express. – 2023. – Vol. 31. – P. 25635–25647. – DOI: 10.1364/OE.496392.
11. Zhang Y, Tian X, Liang R. Accurate and fast two-step phase shifting algorithm based on principle component analysis and Lissajous ellipse fitting with random phase shift and no pre-filtering // Optics Express. – 2019. – Vol. 27 (14). – P. 20047–20063. – DOI: 10.1364/OE.27.020047.
12. Algorithm improvement for the surface morphology diagnostics based on the Gram-Schmidt orthonormalization and the least square ellipse fitting under the EAST-like vibrational environments / Y. Li, X. Cui, C. Feng, H. Wang, H. Ding // Nuclear Materials and Energy. – 2023. – Vol. 35. – P. 101397. – DOI: 10.1016/j.nme.2023.101397.
13. Zhang Y. Random phase retrieval approach using Euclidean matrix norm of sum and difference map and fast least-squares algorithm // Optics Communications. – 2020. – Vol. 460. – DOI: 10.1016/j.optcom.2019.125174.
14. Deep learning in optical metrology: a review / C. Zuo, J. Qian, S. Feng, W. Yin, Y. Li, P. Fan, J. Han, K. Qian, Q. Chen // Light: Science & Applications. – 2022. – Vol. 11 (1). – P. 39.
15. Phase retrieval from single interferogram without carrier using Lissajous ellipse fitting technology / F. Liu, Y. Kuang, Y. Wu, X. Chen, R. Zhang // Scientific Reports. – 2023. – Vol. 13. – DOI: 10.1038/s41598-023-36584-5.
16. Phase retrieval from random phase-shifting interferograms using neural network and least squares method / K. Yan, X. Huang, W. Yu, Y. Cao, W. Zhou, Y. Yu // Optics and Lasers in Engineering. – 2025. – Vol. 184. – P. 108554. – DOI: 10.1016/j.optlaseng.2024.108554.
17. Phase-shifting interferometry from single frame in-line interferogram using deep learning phase-shifting technology / Q. Zhang, S. Lu, J. Li, D. Li, X. Lu, L. Zhong, J. Tian // Optics Communications. – 2021. – Vol. 498. – P. 127226. – DOI: 10.1016/j.optcom.2021.127226.
18. Two-step phase shifting algorithms: where are we? / V. Flores, A. Reyes-Figueroa, C. Carrillo-Delgado, M. Rivera // Optics & Laser Technology. – 2020. – Vol. 126. – P. 106105. – DOI: 10.1016/j.optlastec.2020.106105.
19. Flores V., Rivera M. Robust two-step phase estimation using the Simplified Lissajous Ellipse Fitting method with Gabor filters bank preprocessing // Optics Communications. – 2020. – Vol. 461. – P. 125286.

20. Yatabe K., Ishikawa K., Oikawa Y. Hyper ellipse fitting in subspace method for phase-shifting interferometry: Practical implementation with automatic pixel selection // Optics Express. – 2017. – Vol. 25 (23). – P. 29401–29416.

21. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems and formulas for reference and review. – New York: McGraw-Hill, 1961. – 1152 p.

22. Generic algorithm of phase reconstruction in phase-shifting interferometry / V. Guzhov, S. Ilinykh, R. Kuznetsov, D. Haydukov // Optical Engineering. – 2013. – Vol. 52 (3). – P. 030501-1–030501-2.

Гужов Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры систем сбора и обработки данных Новосибирского государственного технического университета. Автор 280 научных работ, в том числе четырех патентов. Область научных интересов: информационно-измерительные системы, высокоточные измерения, программная инженерия. E-mail: vigguzhov@gmail.com

Ильиных Сергей Петрович, доктор технических наук, профессор кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Автор более 190 научных работ, в том числе учебника НГТУ и четырех патентов. Область научных интересов: разработка алгоритмов анализа изображений в оптических измерительных системах. E-mail: isp51@yandex.ru

Хайдуков Дмитрий Сергеевич, кандидат технических наук, ассистент кафедры систем сбора и обработки данных Новосибирского государственного технического университета. Автор более 40 научных работ. Область научных интересов: разработка информационно-измерительных систем, прикладное программирование. E-mail: dmitriyhaydukov@gmail.com

Скорыходов Федор Александрович, аспирант кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: прикладное программирование. E-mail: skorokhodov@corp.nstu.ru

Guzhov Vladimir I., professor at the department of data collection and processing systems in the Novosibirsk State Technical University, doctor of technical sciences. He is the author of 280 scientific papers, including 4 patents. His research interest include information and measurement systems, high-precision measurements, and software engineering. E-mail: vigguzhov@gmail.com

Ilinykh Sergey P., professor at the department of computer science in the Novosibirsk State Technical University, D.Sc.(Eng.). He is the author of more than 190 scientific papers, including NSTU textbook and 4 patents. His research interests cover development of image analysis algorithms in optical measurement systems. E-mail: isp51@yandex.ru

Khaydukov Dmitry S., an assistant lecturer at the department of data acquisition and processing systems, Novosibirsk State Technical University, PhD (Eng.). He is the author of more than 40 scientific papers. His research interests include development of information and measurement systems and application programming. E-mail: dmitriyhaydukov@gmail.com

Skorokhodov Fedor A., a postgraduate student, Department of Computer Engineering, Novosibirsk State Technical University. His area of research interests includes application programming. E-mail: skorokhodov@corp.nstu.ru

Reconstruction of the phase difference of interfering fields from two interference patterns*

V.I. GUZHOV^a, S.P. ILINYKH^b, D.S. KHAIDUKOV^c, F.A. SKOROKHODOV^d

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a *vigguzhov@gmail.com* ^b *isp51@yandex.ru* ^c *dmitriyhaydukov@gmail.com*

^d *skoroxodov@corp.nstu.ru*

Abstract

Interferometry is a very powerful tool for precise measurements. However, conventional interferometric methods have some significant limitations. In two-beam interference, the accuracy with which the fringe center can be determined is limited by the sinusoidal intensity distribution in the directional diagram. Moreover, quantitative information about the surface shape is available only at the intensity minima and maxima. Data at other points can be obtained only by interpolation or by superimposing a series of fringes across the field. Finally, it is often difficult to determine the structure of the interference fringes, and difficulties in their interpretation can arise. This is especially true when the fringes are uneven and arranged irregularly. Various methods have been studied to address these issues. One of the earliest was the use of a television camera connected to a digital computer to store and process the edge intensity distribution to determine maxima and minima. However, the most widely used method today is digital interferometry with a controlled phase shift. This requires at least three linearly independent interference patterns to determine the phase difference. The article proposes a new approach to measuring the phase difference based on the analysis of point distribution formed by the intensity values at points from two interference patterns with different phase shifts. This method does not require determining the actual values of the angle slopes of the interfering wavefronts. Theoretical analysis has been performed and experimental results are provided for phase reconstruction using two interference patterns in the proposed approach. The obtained results reduce the time and measurements, which is important when analyzing fast processes. At the same time the elimination of the operations of controlling the phase-shifting device reduces the requirements for the experimental setup.

Keywords: interferogram, optical interferometry, phase difference determination, step-by-step phase shift method, elliptical trajectory, 2D to 3D trajectory transformation, phase reconstruction, interference fringe analysis, measurement systems

REFERENCES

1. Kreis T. Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods. Wiley-VCH, 2005. 527 p.
2. Guzhov V.I., Il'inykh S.P. Opticheskie izmereniya. Komp'yuternaya interferometriya [Optical measurements. Computer interferometry]. Moscow, Yurait Publ., 2025. 258 p. ISBN 978-5-534-06855-9.
3. Zhang Y., Liu B., Zhou P., Wang H. A review for three-step phase-shifting algorithms. *Optics and Lasers in Engineering*, 2025, vol. 186, p. 108751. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2024.108751.
4. Tahara T., Kozawa Y., Ishii A., Wakunami K., Ichihashi Y., Oi R Two-step phase-shifting interferometry for self-interference digital holography. *Optics Letters*, 2021, vol. 46 (3), pp. 669–672.
5. Muravsky L., Kmet' A., Voronyak T. Two approaches to the blind phase shift extraction for two-step electronic speckle pattern interferometry. *Optical Engineering*, 2013, vol. 52 (10), p. 101909. DOI: 10.1117/1.OE.52.10.101909.
6. Guzhov V.I., Ilinykh S.P., Khaidukov D.S., Kuznetsov R.A. Estimation of validity of optical measurements. 2012 IEEE 11th International Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE). IEEE, 2012, vol. 1, pp. 146–149.

* Received 21 September 2025.

The research was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation within the framework of scientific project No. 24-29-00006 "Development of digital holographic interferometry methods".

7. Meneses-Fabian C., Tejada-Muñoz N. Self-calibrating phase-shifting interferometry of three unequal phase steps by fitting background light to a polynomial of degree K. *Applied Optics*, 2017, vol. 56, pp. 4278–4283. DOI: 10.1364/AO.56.004278.
8. Ibrahim D.G.A. Calibration of a step height standard for dimensional metrology using phase-shift interferometry and Hamming window: band-pass filter. *Journal of Optics*, 2024, vol. 53, pp. 1420–1428. DOI: 10.1007/s12596-023-01279-7.
9. Liu F., Wu Y., Wu F. Phase shifting interferometry from two normalized interferograms with random tilt. *Optics Express*, 2015, vol. 23 (15), pp. 19932–19946.
10. Li J., Du Y., Fan C., Zhao R., Hu X., Wan J., Yang X., Cheng H., Hu Z., Zhao Z., Zhao H. Fast and robust calibration method of liquid-crystal spatial light modulator based on polarization multiplexing. *Optics Express*, 2023, vol. 31, pp. 25635–25647. DOI: 10.1364/OE.496392.
11. Zhang Y., Tian X., Liang R. Accurate and fast two-step phase shifting algorithm based on principle component analysis and Lissajous ellipse fitting with random phase shift and no pre-filtering. *Optics Express*, 2019, vol. 27 (14), pp. 20047–20063. DOI: 10.1364/OE.27.020047.
12. Li Y., Cui X., Feng C., Wang H., Ding H. Algorithm improvement for the surface morphology diagnostics based on the Gram-Schmidt orthonormalization and the least square ellipse fitting under the EAST-like vibrational environments. *Nuclear Materials and Energy*, 2023, vol. 35, p. 101397. DOI: 10.1016/j.nme.2023.101397.
13. Zhang Y. Random phase retrieval approach using Euclidean matrix norm of sum and difference map and fast least-squares algorithm. *Optics Communications*, 2020, vol. 460. DOI: 10.1016/j.optcom.2019.125174.
14. Zuo C., Qian J., Feng S., Yin W., Li Y., Fan P., Han J., Qian K., Chen Q. Deep learning in optical metrology: a review. *Light: Science & Applications*, 2022, vol. 11 (1), p. 39.
15. Liu F., Kuang Y., Wu Y., Chen X., Zhang R. Phase retrieval from single interferogram without carrier using Lissajous ellipse fitting technology. *Scientific Reports*, 2023, vol. 13 DOI: 10.1038/s41598-023-36584-5.
16. Yan K., Huang X., Yu W., Cao Y., Zhou W., Yu Y. Phase retrieval from random phase-shifting interferograms using neural network and least squares method. *Optics and Lasers in Engineering*, 2025, vol. 184, p. 108554. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2024.108554.
17. Zhang Q., Lu S., Li J., Li D., Lu X., Zhong L., Tian J. Phase-shifting interferometry from single frame in-line interferogram using deep learning phase-shifting technology. *Optics Communications*, 2021, vol. 498, p. 127226. DOI: 10.1016/j.optcom.2021.127226.
18. Flores V., Reyes-Figueroa A., Carrillo-Delgado C., Rivera M. Two-step phase shifting algorithms: where are we? *Optics & Laser Technology*, 2020, vol. 126, p. 106105. DOI: 10.1016/j.optlastec.2020.106105.
19. Flores V., Rivera M. Robust two-step phase estimation using the Simplified Lissajous Ellipse Fitting method with Gabor filters bank preprocessing. *Optics Communications*, 2020, vol. 461, p. 125286.
20. Yatabe K., Ishikawa K., Oikawa Y. Hyper ellipse fitting in subspace method for phase-shifting interferometry: Practical implementation with automatic pixel selection. *Optics Express*, 2017, vol. 25 (23), pp. 29401–29416.
21. Korn G.A., Korn T.M. *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems and formulas for reference and review*. New York, McGraw-Hill, 1961. 1152 p.
22. Guzhov V., Ilinykh S., Kuznetsov R., Haydukov D. Generic algorithm of phase reconstruction in phase-shifting interferometry. *Optical Engineering*, 2013, vol. 52 (3), pp. 030501-1–030501-2.

Для цитирования:

Реконструкция разности фаз интерферирующих полей по двум интерференционным картинкам / В.И. Гужов, С.П. Ильиных, Д.С. Хайдуков, Ф.А. Скороходов // Системы анализа и обработки данных. – 2026. – № 1 (101). – С. 113–124. – DOI: 10.17212/2782-2001-2026-1-113-124.

For citation:

Guzhov V.I., Ilinykh S.P., Khaidukov D.S., Skorokhodov F.A. Rekonstruktsiya raznosti faz interferiruyushchikh polei po dvum interferentsionnym kartinam [Reconstruction of the phase difference of interfering fields from two interference patterns]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2026, no. 1 (101), pp. 113–124. DOI: 10.17212/2782-2001-2026-1-113-124.