ISSN 1814-1196 *http://journals.nstu.ru/vestnik*
Научный вестник НГТУ *Science Bulletin of the NSTU*
том 57, № 4, 2014, с. 19–30 *Vol. 57, No. 4, 2014, pp. 19–30*

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ AUTOMATIC CONTROL AND IDENTIFICATION

УДК 618.5.015

Активная параметрическая идентификация гауссовских линейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов и начальных условий*

В.И. ДЕНИСОВ[1], В.М. ЧУБИЧ[2], О.С. ЧЕРНИКОВА[3]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: chubich@ami. nstu. ru*
[2] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, заведующий кафедрой программных систем и баз данных. E-mail: chubich@ami. nstu. ru*
[3] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: chernikova@corp. nstu. ru*

Процедуры активной параметрической идентификации стохастических линейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов или начальных условий уже были разработаны авторами. В данной статье обобщаются ранее полученные результаты и предлагаются алгоритмы активной идентификации на основе совместного планирования входных сигналов и начальных условий. При заданной структуре математической модели процедура активной параметрической идентификации предполагает выполнение следующих этапов: вычисление оценок неизвестных параметров по измерительным данным, соответствующим некоторому плану эксперимента; синтез на основе полученных оценок оптимального плана эксперимента; пересчет оценок параметров по измерительным данным, соответствующим оптимальному плану. Впервые для многомерных гауссовских линейных непрерывно-дискретных систем, описываемых моделями в пространстве состояний, дано систематическое изложение наиболее существенных для практики вопросов теории и техники активной параметрической идентификации на основе совместного планирования входных сигналов и начальных условий. Рассмотрена и решена задача активной параметрической идентификации для общего случая вхождения неизвестных параметров в уравнения состояния, наблюдения, в ковариационные матрицы шумов системы и измерений. Разработан алгоритм вычисления производных информационной матрицы по компонентам как вектора входного сигнала, так и вектора начальных условий. Разработанное программно-математическое обеспечение позволяет решать задачи активной параметрической идентификации с использованием метода максимального правдоподобия, а также прямой и двойственной градиентных процедур построения A- и D-оптимальных планов. Впервые рассмотрены теоретические и прикладные аспекты активной идентификации на основе одновременного планирования входных сигналов и начальных условий. На примере одной модельной структуры показано, что применение процедур активной параметрической идентификации на основе совместного планирования входных сигналов и начальных условий при построении математических моделей стохастических линейных непрерывно-дискретных систем является эффективным и целесообразным.

Ключевые слова: непрерывно-дискретная система, активная идентификация, оценивание параметров, метод максимального правдоподобия, планирование эксперимента, информационная матрица, критерий оптимальности, фильтр Калмана

DOI: 10.17212/1814-1196-2014-4-19-30

* *Статья получена 7 июля 2014 г.*
Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по государственному заданию № 2014/138, проект № 1689.

ВВЕДЕНИЕ

Идентификация является обязательным элементом и наиболее сложным этапом поиска решений актуальных прикладных задач, возникающих сегодня в различных отраслях промышленности и на транспорте при проектировании и расчете систем автоматического управления. В связи с этим разработка эффективных методов и инструментальных средств определения структуры и параметров математических моделей возможных объектов исследования приобретает особенно важное значение для фундаментальной науки и практики.

В настоящее время существуют два подхода к решению задач идентификации: пассивный и активный. В первом случае обрабатываются данные наблюдений, полученные по результатам проведения идентификационных экспериментов в режиме нормальной эксплуатации динамической системы. Методы пассивной идентификации достаточно полно описаны, например, в [1–4].

Во втором случае (при активной идентификации), наоборот, технологический режим нарушается, но экспериментатор получает в свое распоряжение гораздо более информативные измерительные данные, что способствует повышению эффективности проводимых исследований при относительно небольшом числе опытов.

Процедуры активной параметрической идентификации стохастических непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов были разработаны в [5–7]. В данной статье авторы обобщают результаты, полученные ранее, и предлагают алгоритмы совместного планирования входных сигналов и начальных условий.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую управляемую, наблюдаемую и идентифицируемую модель стохастической линейной непрерывно-дискретной системы в пространстве состояний:

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + \Psi(t)u(t) + \Gamma(t)w(t), \quad t \in [t_0, t_N], \tag{1}$$

$$y(t_{k+1}) = H(t_{k+1})x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}), \quad k = 0, 1, ..., N-1. \tag{2}$$

Здесь $x(t)$ – n-вектор состояния; $u(t)$ – r-детерминированный вектор управления (входа); $w(t)$ – p-вектор шума системы; $y(t_{k+1})$ – m-вектор измерения (выхода); $v(t_{k+1})$ – m-вектор шума измерений.

Предположим следующее:

• случайные векторы $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ являются стационарными белыми гауссовскими последовательностями, для которых

$$E\left[w(t)\right] = 0, \quad E\left[w(t)w^T(\tau)\right] = Q\delta(t-\tau),$$

$$E\left[v(t_{k+1})\right] = 0, \quad E\left[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})\right] = R\delta_{ki}, \quad E\left[v(t_{k+1})w^T(\tau)\right] = 0,$$

$$\forall t_k, \tau, \ \ \tau \in \left[t_0, t_N\right], \ k, i = 0, 1, \ldots, N-1.$$

($E[\cdot]$ – математическое ожидание, δ_{ki} – символ Кронекера, $\delta(t-\tau)$ – дельта-функция Дирака);

• начальное состояние $x(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами

$$E\left[x(t_0)\right] = \bar{x}(t_0), \quad E\left\{\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]^T\right\} = P(t_0)$$

и не коррелирует с $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ при любых значениях переменных t и k;

• матрицы $F(t)$, $\Psi(t)$, $\Gamma(t)$, $H(t_{k+1})$, а также в ковариационные матрицы Q, R зависят от неизвестных параметров $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s) \in \Omega_\Theta$.

Для математической модели (1), (2) с высказанными априорными предположениями необходимо разработать процедуру активной параметрической идентификации на основе планирования оптимальных входных сигналов и начальных условий и исследовать эффективность и целесообразность применения. В такой математической постановке эта задача рассматривается и решается впервые.

2. ПРОЦЕДУРА АКТИВНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

При заданной структуре математической модели процедура активной параметрической идентификации предполагает выполнение следующих этапов.

Этап 1. Вычисление оценок неизвестных параметров по измерительным данным, соответствующим некоторому плану эксперимента.

Оценивание неизвестных параметров математической модели будем осуществлять по накопленным к моменту окончания идентификационного эксперимента данным наблюдений Ξ в соответствии с критерием идентификации χ. Сбор числовых данных происходит в процессе проведения идентификационных экспериментов, которые выполняются по некоторому плану ξ_ν.

Предположим, что экспериментатор может произвести ν запусков системы, причем сигнал $\left\{u^1(t), t \in [t_0, t_N]\right\}$ подается на вход системы при начальном условии $\bar{x}^1(t_0)$ k_1 раз, сигнал $\left\{u^2(t), t \in [t_0, t_N]\right\}$ при начальном условии $\bar{x}^2(t_0)$ – k_2 раз и т. д., наконец входной сигнал $\left\{u^d(t), t \in [t_0, t_N]\right\}$ при начальном условии $\bar{x}^d(t_0)$ – k_d раз. В этом случае дискретный нормированный план эксперимента ξ_ν имеет вид

$$\xi_\nu = \left\{ \begin{array}{c} \alpha^1, \alpha^2, \ldots, \alpha^d \\ \dfrac{k_1}{\nu}, \dfrac{k_2}{\nu}, \ldots, \dfrac{k_d}{\nu} \end{array} \right\}, \quad \alpha^i \in \Omega_\alpha, \tag{3}$$

$$i = 1, 2, \ldots, d,$$

где точка спектра плана α^i имеет следующую структуру:

$$\alpha^i = \begin{bmatrix} u^i(t) \\ \bar{x}^i(t_0) \end{bmatrix},$$

и ограничения на условия проведения эксперимента определяются множеством

$$\Omega_\alpha = \Omega_u \times \Omega_{\bar{x}(t_0)}.$$

Обозначим через $Y_{ij}^T = \left[\left(y^{ij}(t_1)\right)^T, \left(y^{ij}(t_2)\right)^T, \ldots, \left(y^{ij}(t_N)\right)^T\right]$ j-ю реализацию выходного сигнала ($j = 1, 2, \ldots, k_i$), соответствующую входному сигналу $\left\{u^i(t), t \in [t_0, t_N]\right\}$ и начальному условию $\bar{x}^i(t_0)$ ($i = 1, 2, \ldots, d$). Тогда в результате проведения по плану ξ_ν идентификационных экспериментов будет сформировано множество

$$\Xi = \left\{\left(\alpha^i, Y_{ij}\right), j = 1, 2, \ldots, k_i, i = 1, 2, \ldots, d\right\}, \ \sum_{i=1}^{d} k_i = \nu.$$

Априорные предположения, высказанные при постановке задачи, позволяют воспользоваться для оценивания неизвестных параметров методом максимального правдоподобия. В соответствии с этим методом необходимо найти такие значения параметров $\hat{\Theta}$ из области допустимых значений Ω_Θ, для которых

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta \in \Omega_\Theta} \left[\chi(\Theta; \Xi) \right] = \arg \min_{\Theta \in \Omega_\Theta} \left[-\ln L(\Theta; \Xi) \right] \tag{4}$$

и (см., например, [8])

$$\chi(\Theta;\Xi) = \frac{Nm\nu}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \nu \sum_{k=0}^{N-1} \ln \det B(t_{k+1}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right]^T \left[B(t_{k+1}) \right]^{-1} \left[\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right],$$

где $\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B(t_{k+1})$ вычисляются по уравнениям непрерывно-дискретного фильтра Калмана [9]:

$$\frac{d}{dt} \hat{x}^{ij}(t \mid t_k) = F(t) \hat{x}^{ij}(t \mid t_k) + \Psi(t) u^i(t), \quad t_k \le t \le t_{k+1};$$

$$\frac{d}{dt} P(t \mid t_k) = F(t) P(t \mid t_k) + P(t \mid t_k) F^T(t) + \Gamma(t) Q \Gamma^T(t), \; t_k \le t \le t_{k+1};$$

$$\hat{y}^{ij}(t_{k+1} \mid t_k) = H(t_{k+1}) \hat{x}^{ij}(t_{k+1} \mid t_k);$$

$$\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) = y^{ij}(t_{k+1}) - \hat{y}^{ij}(t_{k+1} \mid t_k);$$

$$B(t_{k+1}) = H(t_{k+1}) P(t_{k+1} \mid t_k) H^T(t_{k+1}) + R;$$

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1} \mid t_k) H^T(t_{k+1}) \left[B(t_{k+1}) \right]^{-1};$$

$$\hat{x}^{ij}(t_{k+1} \mid t_{k+1}) = \hat{x}^{ij}(t_{k+1} \mid t_k) + K(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1});$$

$$P(t_{k+1} \mid t_{k+1}) = \left[I - K(t_{k+1}) H(t_{k+1}) \right] P(t_{k+1} \mid t_k),$$

с начальными условиями: $\hat{x}^{ij}(t_0 \mid t_0) = \bar{x}^i(t_0)$, $P(t_0 \mid t_0) = P(t_0)$.

Поиск условного минимума $\chi(\Theta;\Xi)$ в задаче нелинейного программирования будем осуществлять методом последовательного квадратичного программирования (SQP).

Этап 2. Синтез на основе полученных оценок оптимального плана эксперимента.

Под непрерывным нормированным планом ξ будем понимать совокупность величин

$$\xi = \begin{Bmatrix} \alpha^1, \alpha^2, \ldots, \alpha^q \\ p_1, p_2, \ldots, p_q \end{Bmatrix}, \quad p_i \ge 0, \quad \sum_{i=1}^{q} p_i = 1, \quad \alpha^i \in \Omega_\alpha, \quad i = 1, 2, \ldots, q. \tag{5}$$

Для плана (5) нормированная информационная матрица $M(\xi)$ определяется соотношением

$$M(\xi) = \sum_{i=1}^{q} p_i M(\alpha^i; \theta), \tag{6}$$

в котором информационные матрицы (Фишера) точек спектра плана $M(\alpha^i;\theta)$ зависят от подлежащих оцениванию неизвестных параметров (это позволяет говорить только о локально-оптимальном планировании) и вычисляются в соответствии с алгоритмом из [10].

Качество оценивания параметров моделей можно повысить за счет построения плана эксперимента, оптимизирующего некоторый выпуклый функционал X от информационной матрицы, путем решения экстремальной задачи

$$\xi^* = \arg \min_{\xi \in \Omega_\xi} X[M(\xi)]. \tag{7}$$

Воспользуемся критериями D- и A-оптимальности, для которых, соответственно, $X[M(\xi)] = -\ln \det M(\xi)$, и $X[M(\xi)] = -SpM^{-1}(\xi)$. Применяя эти критерии, мы будем осуществлять воздействие на нижнюю границу неравенства Рао–Крамера, минимизируя в случае критерия D-оптимальности объем эллипсоида рассеяния оценок неизвестных параметров, а в случае критерия A-оптимальности – сумму квадратов длин его осей.

Построение оптимальных планов может быть связано с представлением компонент входных сигналов в виде линейных комбинаций базисных функций (в качестве таковых можно использовать ортогональные полиномы Лежандра, Чебышева, функции Уолша и т. д.) с последующей оптимизацией по коэффициентам линейных комбинаций [11].

Мы пойдем другим путем. Будем считать, что входные сигналы являются кусочно-постоянными функциями, сохраняющими свои значения на интервале между соседними измерениями. В этом случае оптимизационную задачу (7) можно решить, например, с помощью SQP-метода. При этом возможны два подхода. Первый из них (прямой) предполагает непосредственный поиск минимума функционала $X[M(\xi)]$ в предположении, что спектр плана (5) состоит из $q = \frac{s(s+1)}{2} + 1$ точек. Другой (двойственный) подход основан на обобщенной теореме эквивалентности [5,12] и вытекающей из него процедуре. При двойственном подходе размерность пространства варьируемых параметров меньше, чем при прямом подходе, результат точнее, но решение задачи находится медленнее.

Отметим также, что применение градиентов в процедурах планирования позволяет заметно повысить скорость решения задач и невозможно без вычисления производных информационной матрицы точки спектра плана по компонентам входного сигнала $\frac{\partial M(\alpha;\theta)}{\partial u_j(t_k)}$ и по компонентам вектора начальных условий $\frac{\partial M(\alpha;\theta)}{\partial \overline{x}_j(t_0)}$. Аналитическое выражение для производной $\frac{\partial M(\alpha;\theta)}{\partial u_j(t_k)}$ получено в [13], там же разработан алгоритм ее вычисления. Расчетное соотношение для производной $\frac{\partial M(\alpha;\theta)}{\partial \overline{x}_j(t_0)}$ по своему виду и структуре напоминает результат из [14], что позволяет после незначительной модификации использовать разработанный в указанной статье соответствующий вычислительный алгоритм.

Этап 3. Пересчет оценок параметров по измерительным данным, соответствующим синтезированному плану.

Практическое применение синтезированного при помощи прямой или двойственной процедуры непрерывного оптимального плана затруднительно, поскольку веса представляют собой произвольные вещественные числа, заключенные в интервале от нуля до единицы. В случае заданного числа ν возможных запусков системы необходимо провести «округление» непрерывного плана до дискретного (возможный алгоритм «округления» изложен в [15]).

Далее составим дискретный план

$$\xi_\nu^* = \begin{Bmatrix} \alpha_*^1(t_0), & \alpha_*^2(t_1), & \ldots, & \alpha_*^q(t_N) \\ \dfrac{k_1^*}{\nu}, & \dfrac{k_2^*}{\nu}, & \ldots, & \dfrac{k_q^*}{\nu} \end{Bmatrix},$$

проведем идентификационные эксперименты и пересчитаем оценки неизвестных параметров.

3. ПРИМЕР АКТИВНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Рассмотрим следующую математическую модель стохастической линейной непрерывно-дискретной системы:

$$\begin{gathered}\dot{x}(t)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -\theta_1 & -\theta_2\end{pmatrix}x(t)+\begin{pmatrix}0\\ \theta_1\end{pmatrix}u(t)+w(t),\\ y\left(t_{k+1}\right)=(1,0)\,x\left(t_{k+1}\right)+v\left(t_{k+1}\right),\quad k=0,1,\ldots,N-1.\end{gathered}\tag{8}$$

Модель (8), учитывающая влияние шумов системы и измерений, при определенных значениях параметров θ_1, θ_2 $(s = 2)$ на практике может соответствовать, например, двигателю постоянного тока (при учете инерционности цепи якоря) и электромашинному усилителю.

Предположим, что $3 \le \theta_1 \le 10$, $0 \le \theta_2 \le 2$, $N = 30$ и выполнены априорные предположения, высказанные при постановке задачи:

$$E\left[w(t)w^T(\tau)\right]=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{pmatrix}\delta(t-\tau)=Q\delta(t-\tau),$$

$$E\left[v\left(t_k\right)v\left(t_i\right)\right]=0{,}02\delta_{ki}=R\delta_{ki},\quad E\left[x\left(t_0\right)\right]=\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}=\bar{x}\left(t_0\right),$$

$$E\left\{\left[x\left(t_0\right)-\bar{x}\left(t_0\right)\right]\left[x\left(t_0\right)-\bar{x}\left(t_0\right)\right]^T\right\}=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{pmatrix}=P\left(t_0\right).$$

Выберем область планирования $\Omega_\alpha = \Omega_u \times \Omega_{\bar{x}(t_0)}$, где

$$\Omega_u=\left\{-5\le u\left(t_k\right)\le 5,\quad k=0,1,\ldots,N-1\right\},$$

$$\Omega_{\bar{x}(t_0)}=\left\{\bar{x}(t_0)\in R_2\,\middle|\,-1\le \bar{x}_j(t_0)\le 1,\quad j=1,2\right\}$$

и критерий D-оптимальности.

Чтобы ослабить зависимость результатов оценивания от выборочных данных, произведем пять независимых запусков системы $(\nu = 5)$ и усредним полученные оценки неизвестных параметров. Реализации выходных сигналов получим компьютерным моделированием, считая, что истинные значения параметров $\theta_1^* = 6$, $\theta_2^* = 0{,}167$.

О качестве идентификации в пространстве параметров и в пространстве откликов будем судить, соответственно, по значениям коэффициентов δ_θ, δ_θ^* и δ_Y, δ_Y^* вычисляющихся по следующим формулам:

$$\delta_\theta=\frac{\left\|\theta^*-\hat{\theta}\right\|}{\left\|\theta^*\right\|}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{s}\left(\theta_i^*-\hat{\theta}_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{s}\left(\theta_i^*\right)^2}},$$

$$\delta_\theta^*=\frac{\left\|\theta^*-\hat{\theta}^*\right\|}{\left\|\theta^*\right\|}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{s}\left(\theta_i^*-\hat{\theta}_i^*\right)^2}{\sum_{i=1}^{s}\left(\theta_i^*\right)^2}},$$

$$\delta_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{k_i}\sum_{k=0}^{N-1}\left(y^{ij}(t_{k+1}) - \hat{y}^{ij}(t_{k+1}|t_k)\right)^2}{\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{k_i}\sum_{k=0}^{N-1}\left(y^{ij}(t_{k+1})\right)^2}},$$

$$\delta_Y^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{k_i}\sum_{k=0}^{N-1}\left(y^{ij}(t_{k+1}) - \hat{y}_*^{ij}(t_{k+1}|t_k)\right)^2}{\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{k_i}\sum_{k=0}^{N-1}\left(y^{ij}(t_{k+1})\right)^2}},$$

где θ^* – истинные значения параметров; $\hat{\theta}$ – оценки неизвестных параметров, полученные на основе исходного плана эксперимента; $\hat{\theta}^*$ – оценки неизвестных параметров, полученные на основе синтезированных входных сигналов и (или) начальных условий; $\hat{y}^{ij}\left(t_{k+1}\,|\,t_k\right)$ и $\hat{y}_*^{ij}\left(t_{k+1}\,|\,t_k\right)$ вычисляются по уравнениям фильтра Калмана при $\hat{\theta}$ и $\hat{\theta}^*$ соответственно.

Результаты выполнения процедуры активной параметрической идентификации на основе оптимальных входных сигналов и (или) начальных условий представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты процедуры активной идентификации на основе планирования входных сигналов и (или) начальных условий

Дискретный план эксперимента	Значения оценок параметров и относительные ошибки оценивания
Начальный план $\xi_\nu = \left\{ \begin{matrix} \alpha^1 = \left[u(t);\, \bar{x}(t_0)\right]^T \\ \frac{k_1}{\nu} = 1 \end{matrix} \right\}$ $u(t)$ соответствует сигналу № 1 из табл. 3, $\bar{x}(t_0)$ – начальному состоянию № 1 из табл. 2	$\hat{\theta}_1 = 5,342$ $\hat{\theta}_2 = 0,086$
	$\delta_\theta = 0,110$ $\delta_Y = 0,114$
Планирование оптимальных начальных условий $\xi_\nu^* = \left\{ \begin{matrix} \alpha^1 = \left[u(t);\, \bar{x}_*(t_0)\right]^T \\ \frac{k_1^*}{\nu} = 1 \end{matrix} \right\}$ $u(t)$ соответствует сигналу № 1 из табл. 3, $\bar{x}_*(t_0)$ – начальному состоянию № 2 из табл. 2	$\hat{\theta}_1^* = 5,601$ $\hat{\theta}_2^* = 0,093$
	$\delta_\theta^* = 0,068$, $\delta_Y^* = 0,092$

Окончание табл. 1

Дискретный план эксперимента	Значения оценок параметров и относительные ошибки оценивания
Планирование оптимальных входных сигналов $\xi_\nu^* = \left\{ \begin{matrix} \alpha^1 = [u_*(t);\ \overline{x}(t_0)]^T \\ \frac{k_1^*}{\nu} = 1 \end{matrix} \right\}$ $u_*(t)$ соответствует сигналу № 2 из табл. 3, $\overline{x}(t_0)$ – начальному состоянию № 1 из табл. 2	$\hat{\theta}_1^* = 5,714$ $\hat{\theta}_2^* = 0,158$ $\delta_\theta^* = 0,048$ $\delta_Y^* = 0,051$
Планирование оптимальных входных сигналов и начальных условий (оптимальный план получился двухточечным) $\xi_\nu^* = \left\{ \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \frac{k_1^*}{\nu} = \frac{2}{5} & \frac{k_2^*}{\nu} = \frac{3}{5} \end{matrix} \right\}$ $\alpha_i = \left[u_*^i(t);\ \overline{x}_*^i(t_0) \right]^T$, $u_*^i(t)$ соответствует сигналу № 3 $(i = 1)$ и № 4 $(i = 2)$ из табл. 3, $\overline{x}_*^i(t_0)$ – начальному состоянию № 1 $(i = 1)$ и № 2 $(i = 2)$ из табл. 2	$\hat{\theta}_1^* = 5,925$ $\hat{\theta}_2^* = 0,159$ $\delta_\theta^* = 0,013$ $\delta_Y^* = 0,032$

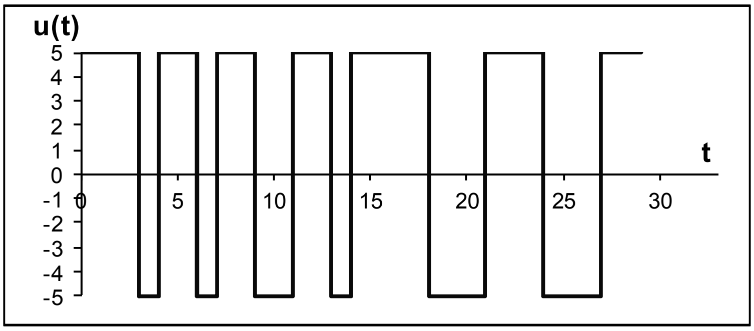
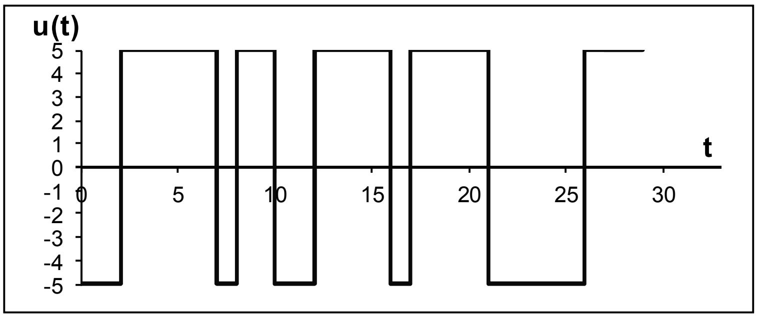
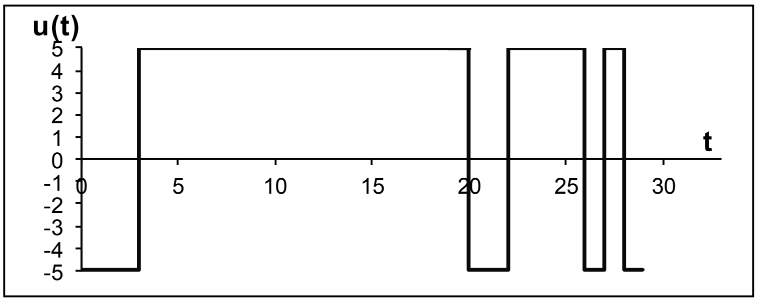
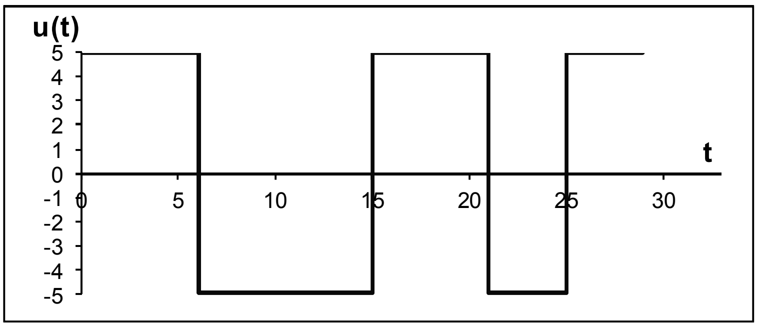
Таблица 2

Начальные состояния для табл. 1

Номер начального состояния	Начальное состояние $\overline{x}(t_0)$
1	$(1,1)^T$
2	$(-1,-1)^T$

Таблица 3

Входные сигналы для табл. 1

Номер входного сигнала	Входной сигнал $u(t)$
1	
2	
3	
4	

Результаты, представленные в табл. 1, показывают, что планирование только начальных условий позволяет повысить качество оценивания на 4,6 % в пространстве параметров и на 2,2 % в пространстве откликов, тогда как планирование входных сигналов улучшает результат на 6,2 % и 6,3 % соответственно. Наилучший результат получен в случае совместного планирования входных сигналов и начальных условий (улучшение на 9,7 % и 7,2 %).

Таким образом, применение процедур активной параметрической идентификации на основе совместного планирования входных сигналов и начальных условий при построении математических моделей стохастических линейных непрерывно-дискретных систем является эффективным и целесообразным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые рассмотрена и решена проблема активной параметрической идентификации гауссовских линейных непрерывно-дискретных систем в случае, когда неизвестные параметры входят в уравнения состояния и наблюдения, а также в ковариационные матрицы шумов системы и измерений. Разработаны оригинальные градиентные алгоритмы активной параметрической идентификации на основе планирования оптимальных входных сигналов и начальных условий.

Показано, что планирование как входных сигналов, так и начальных условий оказывает существенное влияние на функциональную зависимость переменных состояния и параметров модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кашьяп Р.Л., Рао А.Р.* Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. – М.: Наука, 1983. – 384 с.

2. *Льюнг Л.* Идентификация систем: Теория пользователя. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

3. *Цыпкин Я.З.* Информационная теория идентификации. – М.: Наука, 1995. – 336 с.

4. *Walter E., Pronzato L.* Identification of parametric models from experimental data. Berlin: Springer-Verlag, 1997. – 413 p.

5. Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем / В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Черникова, Д.И. Бобылева. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 192 с.

6. *Чубич В.М.* Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе линеаризации во временной области // Информационно-управляющие системы. – 2010. – № 6 (49). – С. 54–61.

7. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования эксперимента [Электронный ресурс] / В.И. Денисов, А.А. Воевода, В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Труды 12 Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ–2014), Москва, 16–19 июня 2014 г. – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 2795–2806. – URL: http://vspu2014.ipu.ru/node/8581 (дата обращения: 21.11.2014).

8. *Astrom K.J.* Maximum likelihood and prediction errors methods // Automatica. – 1980. – Vol. 16, iss. 5. – P. 551–574. – doi:10.1016/0005-1098(80)90078-3

9. *Огарков М.А.* Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1980. – 208 с.

10. *Чубич В.М.* Алгоритм вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 3 (36). – С. 15–22.

11. *Горский В.Г., Адлер Ю.П., Талалай А.М.* Планирование промышленных экспериментов (модели динамики). – М.: Металлургия, 1978. – 112 с.

12. *Mehra R.K.* Optimal input signals for parameter estimation in dynamic systems:survey and new results / R. K. Mehra // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, iss. 6. – P. 753–768. – doi: 10.1109/TAC.1974.1100701.

13. *Чубич В.М., Филиппова Е.В.* Вычисление производных информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 2 (39). – С. 53–63.

14. *Ермаков С.М., Жиглявский А.А.* Математическая теория оптимального эксперимента. – М.: Наука, 1987. – 320 с.

Чубич Владимир Михайлович, доктор технических наук, заведующий кафедрой программных систем и баз данных Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – анализ и планирование экспериментов для стохастических динамических систем. Является автором и соавтором более 50 публикаций, в том числе пяти учебных пособий и монографии. E-mail: chubich@ami. nstu. ru.

Черникова Оксана Сергеевна, кандидат технических наук, доцент кафедры программных систем и баз данных Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – планирование экспериментов для стохастических динамических систем. Является автором и соавтором более 25 публикаций, в том числе монографии. E-mail: chernikova@corp. nstu. ru

*Active Parametric Identification of Gaussian Linear Continuous-Discrete Systems Based on Designing Input Signals and Initial Conditions**

V.I. DENISOV[1], V.M. CHUBICH[2], O.S. CHERNIKOVA[3]

[1] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation D.Sc. (Eng.), professor. E-mail: chubich@ami. nstu. ru*
[2] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), department head. E-mail: chubich@ami. nstu. ru*
[3] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.), associate professor. E-mail: chernikova@corp. nstu. ru*

Procedures of active parametric identification of stochastic linear discrete systems based on an optimal design of input signals or initial states have already been developed. In this paper, the authors try to generalize the results obtained earlier and construct new algorithms based on the simultaneous design of input signals and initial states. The procedure of active parametric identification of systems with a preliminary chosen model structure assumes performing the following stages: the calculation of unknown parameter estimates based on the measured data corresponding to some experiment plan; the synthesis of an optimal experiment plan based on the received estimates and the recalculation of estimates of unknown parameter estimates from the measured data corresponding to the optimal plan. A systematic interpretation of the most significant practical issues of the theory and techniques of active identification of multidimensional Gaussian stochastic linear continuous-discrete systems described by a state space model is given in the paper. For the first time the authors consider and solve an urgent problem of the active identification for a general case when unknown parameters appear in state and control equations as well as in the covariance matrices of process noises and measurement errors. A designed calculation algorithm of information matrix derivatives with respect to components of both an input signal vector and an initial state vector is proposed. This algorithm allows us to synthesize input signals and initial states by means of the sequential quadratic programming method and thus to considerably reduce the optimal experiment design search time. The original gradient algorithms of the optimal parameter estimation are designed. They enable us to solve optimal parameter estimation problems for mathematical models using the maximum likelihood method involving direct and dual procedures for synthesizing the A- and D –optimal experiment design. Some theoretical and applied aspects of the active identification of stochastic linear discrete- continuous systems based on designing input signals and initial conditions are considered for the first time. An example of the active parametric identification for one stochastic discrete- continuous model structure is shown.

Keywords: discrete-continuous system, active identification, parameter estimation, maximum likelihood method, experiment design, information matrix, optimality criterion, Kalman filter

REFERENCES

1. Kashyap R.L., Rao A.R. *Dynamic stochastic models from empirical data*. New York, Academic Press, 1976. 333 p. (Russ. ed.: Kash'yap R.L., Rao A.R. *Postroenie dinamicheskikh stokhasticheskikh modelei po eksperimental'nym dannym*. Moscow, Nauka Publ., 1983. 384 p.).

2. Ljung L. *Systems identification. Theory for the user*. New Jersey, Prentice Hall, 1987. (Russ. ed.: L'yung L. *Identifikatsiya system. Teoriya pol'zovatelya*. Moscow, Nauka Publ., 1991. 432 p.).

3. Tsypkin Ya.Z. *Informatsionnaya teoriya identifikatsii* [Information theory of identification]. Moscow, Nauka Publ., 1995. 336 p.

* *Received 7 July 2014.*

The work was supported by the Ministry of education and science of the Russian Federation (№ 2014/138, project № 1689).

4. Walter E., Pronzato L. Identification of parametric models from experimental data. Berlin, Springer-Verlag, 1997. 413 p.

5. Denisov V.I., Chubich V.M., Chernikova O.S., Bobyleva D.I. *Aktivnaya parametricheskaya identifikatsiya stokhasticheskikh lineinykh sistem* [Active parametric identification of stochastic linear systems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2009. 192 p.

6. Chubich V.M. Aktivnaya parametricheskaya identifikatsiya stokhasticheskikh nelineinykh nepreryvno-diskretnykh sistem na osnove linearizatsii vo vremennoi oblasti [Active parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems based on time domain linearization]. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy – Information and Control Systems,* 2010, no. 6 (49), pp. 54–61.

7. Denisov V.I., Voevoda A.A., Chubich V.M., Filippova E.V. [Active parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems based on experimental design]. *Trudy 12 Vserossiiskogo soveshchaniya po problemam upravleniya* [Proceedings of the 12 All-Russian meeting on problems of management]. Moscow, IPU RAN Publ., 2014, pp. 2795–2806. Available at: http://vspu2014.ipu.ru/node/8581 (accessed 21.11.2014)

8. *Astrom K.J. Maximum* likelihood and prediction errors methods. *Automatica*, 1980, vol. 16, iss. 5, pp. 551–574. doi:10.1016/0005-1098(80)90078-3

9. Ogarkov M.A. *Metody statisticheskogo otsenivaniya parametrov sluchainykh protsessov* [Methods of statistical estimation of parameters of random processes]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1980. 208 p.

10. Chubich V.M. Algoritm vychisleniya informatsionnoi matritsy Fishera v zadache aktivnoi parametricheskoi identifikatsii stokhasticheskikh nelineinykh nepreryvno-diskretnykh sistem [The procedure of the computation of the Fisher information matrix in the problem of active parametric identification for stochastic nonlinear continues-discrete systems]. *Nauchnyi vestnik NGTU – Science Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 2009, no. 3 (36), pp. 15–22.

11. Gorskii V.G., Adler Yu.P., Talalai A.M. *Planirovanie promyshlennykh eksperimentov (modeli dinamiki)* [The planning of industrial experiments (dynamic model)]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1978. 112 p.

12. Mehra R.K. Optimal input signals for parameter estimation in dynamic systems:survey and new results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, iss. 6, pp.753–768. doi: 10.1109/TAC.1974.1100701

13. Chubich V.M., Filippova E.V. Vychislenie proizvodnykh informatsionnoi matritsy Fishera po komponentam vkhodnogo signala v zadache aktivnoi parametricheskoi identifikatsii stokhasticheskikh nelineinykh nepreryv-no-diskretnykh sistem [The computation of the derivatives of the Fisherinformation matrix with respect to the components of input signal in the problem of active parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems]. *Nauchnyi vestnik NGTU – Science Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 2010, no. 2 (39), pp. 53–63.

14. Ermakov S.M., Zhiglyavskii A.A. *Matematicheskaya teoriya optimal'nogo eksperimenta* [The mathematical theory of optimal experiment]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 320 p.