ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 103, № 3, 2026, с. 39–56

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 103, No. 3, 2026, pp. 39–56

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 517.977.5

DOI: 10.17212/2782-2001-2026-3-39-56

Схема придания автоматическим системам с широтно-импульсной модуляцией 1–5-го рода свойства суперпозиции*

В.В. КУЛИКОВ[1,a], Н.Н. КУЦЫЙ[2,b], Е.А. ОСИПОВА[2,c]

[1] *664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15, Иркутский государственный университет путей сообщения*
[2] *664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Иркутский национальный исследовательский технический университет*

[a] *godefire@mail.ru* [b] *kucyinn@mail.ru* [c] *osipovaelizaveta@yandex.ru*

В работе рассматривается схема придания свойства суперпозиции автоматической системе, использующей регулятор с переменной структурой и содержащей импульсный элемент (ИЭ) с широтно-импульсной модуляцией 1–5-го рода. Представлены результаты численных экспериментов для широтно-импульсной модуляции (ШИМ) 1–5-го рода, подтверждающие наличие свойства суперпозиции. Применение логических элементов для переключения параметров в типовых ПИ-регуляторах в автоматических системах с запаздыванием позволяет повысить скорость протекания переходного процесса, используя при этом в законе переключения только знак производной от ошибки системы. Ограничением такой схемы является то, что она применима только к линейному объекту управления и регулятору с переменной структурой, в котором выполняется принцип суперпозиции и содержится интегральный компонент, необходимый для реализации последовательности импульсов, которая должна исчезать при нулевой ошибке системы. Рассматривается случай, когда значение периода повторения импульсов не изменяется. В основе исследования лежит адаптация по задающему воздействию, связанная с реализацией бинарных систем, описанных в работах С.В. Емельянова и С.К. Коровина. Использование только критериев оптимизации, учитывающих специфику нелинейного ИЭ, не позволяет решить проблему сохранения времени регулирования при разных величинах задающего воздействия. Положительным моментом предложенного технического решения является то, что оно не содержит настраиваемых параметров. В качестве модельного примера выбрана автоматическая система поддержания температуры в туннельной печи для обжига кирпича. На ней показано, что при изменении величины постоянного задающего воздействия время нарастания и время регулирования переходного процесса автоматической системы практическим не изменяется.

Ключевые слова: транспортное запаздывание, автоматическая система, суперпозиция, широтно-импульсная модуляция, регулятор с переменной структурой, адаптация, импульсный элемент, управление, алгоритм, структурный синтез

---

* *Статья получена 01 ноября 2025 г.*

ВВЕДЕНИЕ

При синтезе автоматических систем возникают ситуации, когда в линейную систему автоматического управления добавляются элементы с ШИМ для повышения ее помехозащищенности [1, 2]. Вместе с тем появление такой нелинейности в системе приводит к нарушению свойства суперпозиции, и, следовательно, в этой автоматической системе нельзя сделать так, чтобы время окончания переходного процесса не зависело от величины задающего воздействия [2]. В работах [3–5] описан способ линеаризации автоматической системы с ШИМ-элементом через эквивалентность сигналов с линейным амплитудно-импульсным элементом для исследования динамических режимов таких систем. В настоящей работе сделан акцент на сохранении свойства суперпозиции нелинейной дискретной автоматической системы при изменении задающего воздействия.

Цель настоящей работы заключается в наделении свойством суперпозиции автоматических систем, содержащих дискретные элементы с импульсным принципом действия и переключением параметров [6–10], путем использования адаптации по задающему воздействию в ИЭ.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Структурная схема рассматриваемой автоматической системы представлена на рис. 1.

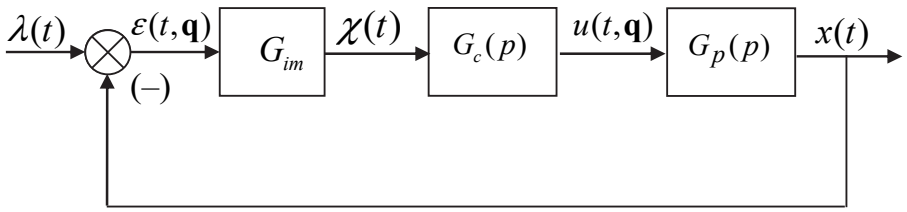


Рис. 1. Структурная схема автоматической системы

Fig. 1. Block diagram of the automatic system

Описание процессов в данной автоматической системе с ПИ-регулятором с переменной структурой [6, 7] и нелинейным ИЭ имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t,\mathbf{q}) = \lambda(t) - x(t),$$

$$\chi(t) = G_{im}(\varepsilon(t,\mathbf{q})), \tag{1}$$

$$u(t,\mathbf{q}) = \chi(t)\left(\sum_{i=0}^{n-1} q_{2i+1}\varphi_{i+1}(t)\right) + \frac{\chi(t)}{p}\left(\sum_{i=1}^{n} q_{2i}\varphi_i(t)\right),$$

$$(\varphi_1(t)=1,\ \ \varphi_2(t)=0,\ \ \varphi_3(t)=0) \ \text{ при } \ \Psi^{+}=\text{true},$$

$$(\varphi_1(t)=0,\ \ \varphi_2(t)=1,\ \ \varphi_3(t)=0) \ \text{ при } \ \Psi^{-}=\text{true},$$

$$(\varphi_1(t)=0,\ \ \varphi_2(t)=0,\ \ \varphi_3(t)=0)\ \text{ при }\ \Psi^0=\text{true},$$

$$\Psi^+=((\Psi(t,\ \varepsilon(t,\mathbf{q}))>0)\vee(0<t<\tau_{ob}))\wedge(|\varepsilon(t,\mathbf{q})|>\alpha\lambda(t)),$$

$$\Psi^-=(\Psi(t,\ \varepsilon(t,\mathbf{q}))<0)\wedge(|\varepsilon(t,\mathbf{q})|>\alpha\lambda(t)),$$

$$\Psi^0=(|\varepsilon(t,\mathbf{q})|<\alpha\lambda(t)),$$

$$x(t)=G_p(p)u(t,\mathbf{q}),$$

где $\mathbf{q}=(q_1,...,\ q_n)$ – вектор настраиваемых параметров пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой (ПИ – РПС); $\varepsilon(t,\mathbf{q})$ – ошибка системы; $\varphi_1(t),...,\ \varphi_n(t)$ – функции включения, принимающие значение «0» или «1» в зависимости от значений логических выражений Ψ^-, Ψ^+, Ψ^0; $\Psi(t,\ \varepsilon(t,\mathbf{q}))=\varepsilon(t,\mathbf{q})\dfrac{p\varepsilon(t,\mathbf{q})}{T_f p+1}$ – функция переключения с реальным дифференцирующим звеном; T_f – параметр реального дифференцирующего звена, определяется после получения $\mathbf{q}$ путем увеличения его значения до тех пор, пока не изменятся моменты переключения структур ПИ – РПС; n = 3 – количество структур ПИ – РПС; $\lambda(t)$ – ступенчатое задающее воздействие; $\chi(t)$ – выходная координата ИЭ; $u(t,\mathbf{q})$ – выходная координата ПИ – РПС; $x(t)$ – выходная координата автоматической системы; $G_p(p)$ – оператор объекта; $G_c(p)$ – оператор ПИ – РПС; G_{im} – оператор ИЭ (ШИМ с 1-го по 5-й род); $p=d/dt$ – оператор дифференцирования; τ_{ob} – время запаздывания объекта; λ – параметр, определяющий зону нечувствительности ПИ – РПС; $\vee$, $\wedge$ – логические операции дизъюнкции и конъюнкции соответственно.

Выражения, позволяющие моделировать G_{im} при используемых видах модуляций с 1-го по 5-й род [1], можно представить в следующем виде:

ШИМ-1

$$\chi(t)=\begin{cases}\text{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ |\varepsilon(t,\mathbf{q})|>\delta_1(t);\\ 0,\ |\varepsilon(t,\mathbf{q})|<\delta_1(t);\end{cases}\qquad(2)$$

ШИМ-2

$$\chi(t)=\begin{cases}\text{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ |\varepsilon[kT,\mathbf{q}]|>\delta_1(t);\\ 0,\ |\varepsilon[kT,\mathbf{q}]|<\delta_1(t);\end{cases}\qquad(3)$$

ШИМ-3

$$\chi(t)=\begin{cases}\text{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ f(t,\ \varepsilon(t,\mathbf{q}))=\text{true};\\ 0,\ f(t,\ \varepsilon(t,\mathbf{q}))=\text{false};\end{cases}\qquad(4)$$

$$f(t,\ \varepsilon(t,\mathbf{q})) = (|\varepsilon(t,\mathbf{q})| > \delta_2(t)) \vee$$

$$\vee\left(\left(|\varepsilon[t,\mathbf{q}]|_{\delta_2(t)=|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}\right| > \delta_1(t)\right) \wedge \left(\left|\varepsilon[t,\mathbf{q}]|_{\delta_2(t)=|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}\right| < \delta_2(t)\right)\right).$$

ШИМ-4

$$\chi(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})), & \dfrac{\int\limits_{kT}^{kT+t_k} |\varepsilon(t,\mathbf{q})|\,dt}{t_k} > \delta_1(t); \\ 0, & \dfrac{\int\limits_{kT}^{kT+t_k} |\varepsilon(t,\mathbf{q})|\,dt}{t_k} < \delta_1(t); \end{cases} \tag{5}$$

ШИМ-5

$$\chi(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})), & \dfrac{\int\limits_{kT}^{(k+1)T} |\varepsilon(t,\mathbf{q})|\,dt}{T} > \delta_1(t); \\ 0, & \dfrac{\int\limits_{kT}^{(k+1)T} |\varepsilon(t,\mathbf{q})|\,dt}{T} < \delta_1(t), \end{cases} \tag{6}$$

где T – период повторения ИЭ; $\delta_1(t)$ – функция, реализующая пилообразные импульсы с периодом повторения T и амплитудой A_1; $\delta_2(t)$ – функция, реализующая пилообразные импульсы с периодом повторения T и амплитудой A_2 (далее $A_2 = 2A_1$); $\vee, \wedge$ – логические операции дизъюнкции и конъюнкции соответственно; t_k – длительность импульса на k-м такте.

Выше в описании импульсных элементов используются опорные функции $\delta_1(t)$ и $\delta_2(t)$ с постоянными максимальными значениями. Этот факт препятствует сохранению свойства суперпозиции в обозначенных системах при изменении величины задающего воздействия $\lambda(t)$, влияющего на последовательность значений ошибки системы $\varepsilon(t,\mathbf{q})$. Ставится задача использовать вычислительную схему, которая позволит в ШИМ-1, ШИМ-2, ШИМ-3, ШИМ-4, ШИМ-5 сохранять последовательность значений ошибки системы $\varepsilon(t,\mathbf{q})$, подаваемых в ИЭ. Предлагаемое решение не гарантирует сохранения свойства суперпозиции в автоматической системе при изменении задающего воздействия $\lambda(t)$ с периодом повторения T и требует проведения отдельного исследования для этого случая.

2. СХЕМА ПРИДАНИЯ СВОЙСТВА СУПЕРПОЗИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Так как используется построение импульсного элемента на основе сравнения модуля ошибки системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$, зависящей от задающего воздействия $\lambda(t)$ (1), с опорной функцией, то прослеживается следующая закономерность: с увеличением задающего воздействия $\lambda(t)$ увеличивается ошибка системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ и количество тактов, когда ширина импульса совпадает с периодом *T*. Это вносит нелинейность типа насыщения в автоматическую систему (1). Вместе с тем стоит отметить, что согласно работе [10] переключения параметров в регуляторе не влияют на свойство суперпозиции.

Для соблюдения свойства суперпозиции в автоматической системе (1) предлагается использовать следующее выражение, которое основывается на делении и умножении сигналов при построении бинарных автоматических систем [11] (рис. 2) и заключается в том, что суммарная величина насыщения рассматриваемых ИЭ не меняется в зависимости от величины задающего воздействия:

$$\chi(t) = \begin{cases} |\lambda(t)|\,\mathrm{sgn}\,(\varepsilon(t, \mathbf{q})),\ f\left(\dfrac{|\varepsilon(t, \mathbf{q})|}{|\lambda(t)|},\ t\right) = \mathrm{true}; \\ 0,\ f\left(\dfrac{|\varepsilon(t, \mathbf{q})|}{|\lambda(t)|},\ t\right) = \mathrm{false}; \end{cases} \tag{7}$$

$$(k = 0,\ 1,\ 2,...),$$

где $f(t)$ – логическое выражение, при истинности которого действуют импульсы.

В качестве примера рассмотрим выражение (7) для сохранения последовательностей значений ошибки системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ на временном интервале $t* \in [0,\ t_{ob}]$ при задающих воздействиях $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$:

$$\frac{\left|\varepsilon(t*, \mathbf{q})\,|_{\lambda_1(t*)} = \lambda_1(t*) - x(t*)\,|_{\lambda_1(t*)}\right|}{\left|\lambda_1(t*)\right|} = \frac{\left|\varepsilon(t*, \mathbf{q})\,|_{\lambda_2(t*)} = \lambda_2(t*) - x(t*)\,|_{\lambda_2(t*)}\right|}{\left|\lambda_2(t*)\right|},$$

$$x(t*)\,|_{\lambda_1(t*)} = 0, \quad x(t*)\,|_{\lambda_2(t*)} = 0,$$

$$\frac{\left|\varepsilon(t*, \mathbf{q})\,|_{\lambda_1(t*)} = \lambda_1(t*)\right|}{\left|\lambda_1(t*)\right|} = \frac{\left|\varepsilon(t*, \mathbf{q})\,|_{\lambda_2(t*)} = \lambda_2(t*)\right|}{\left|\lambda_2(t*)\right|}, \tag{8}$$

$$\left|\varepsilon(t*, \mathbf{q})\,|_{\lambda_1(t*)}\right| = \left|\varepsilon(t*, \mathbf{q})\,|_{\lambda_2(t*)}\right| = 1.$$

Так как используется линейный оператор объекта $G_p(p)$ и ПИ – РПС, не нарушающий свойства суперпозиции, то временной интервал $[0,t_{ob}]$ в (8) может быть увеличен до времени регулирования в автоматической системе (1).

В выражении (7) при $\lambda(t)=0$ появляется неопределенность, которая исключается путем отключения схемы (7) для этого значения $\lambda(t)$:

$$\chi(t)=\begin{cases}\operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ f(|\varepsilon(t,\mathbf{q})|,\ t)=\text{true};\\ 0,\ f(|\varepsilon(t,\mathbf{q})|,\ t)=\text{false};\end{cases} \tag{9}$$

$$(k=0,\ 1,\ 2,...).$$

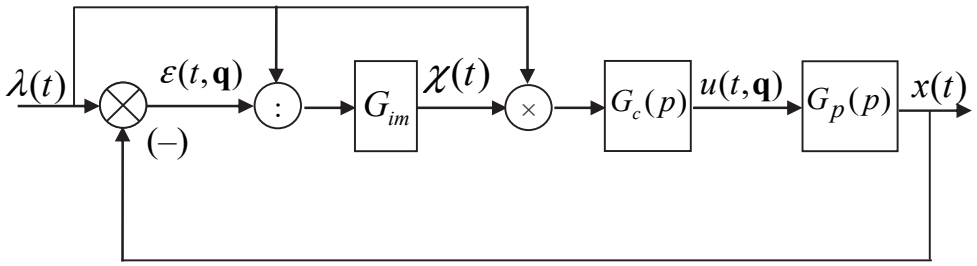


Рис. 2. Схема адаптации входного/выходного воздействия импульсного элемента G_{im} по задающему воздействию $\lambda(t)$ для одноканальной автоматической системы

Fig. 2. Scheme of adaptation of the input/output effects of the G_{im} pulse element according to the master effect of $\lambda(t)$ for a single-channel automatic system

Представим ниже вид выражений (2) – (6) с учетом (7):
ШИМ-1

$$\chi(t)=\begin{cases}|\lambda(t)|\operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ \dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}>\delta_1(t);\\ 0,\ \dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}<\delta_1(t);\end{cases} \tag{10}$$

ШИМ-2

$$\chi(t)=\begin{cases}|\lambda(t)|\operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ \dfrac{|\varepsilon[kT,\mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|}>\delta_1(t);\\ 0,\ \dfrac{|\varepsilon[kT,\mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|}<\delta_1(t);\end{cases} \tag{11}$$

ШИМ-3

$$\chi(t)=\begin{cases}|\lambda(t)|\operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ f\left(t,\ \dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}\right)=\text{true};\\ 0,\ f\left(t,\ \dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}\right)=\text{false};\end{cases} \tag{12}$$

$$f\left(t,\ \frac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}\right)=\left(\frac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}>\delta_2(t)\right)\vee$$

$$\vee\left(\left(\frac{\left|\varepsilon[t,\mathbf{q}]|_{\delta_2(t)=|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}\right|}{|\lambda(t)|}>\delta_1(t)\right)\wedge\left(\frac{\left|\varepsilon[t,\mathbf{q}]|_{\delta_2(t)=|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}\right|}{|\lambda(t)|}<\delta_2(t)\right)\right);$$

ШИМ-4

$$\chi(t)=\begin{cases}|\lambda(t)|\operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ \dfrac{\int\limits_{kT}^{kT+t_k}\dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}dt}{t_k}>\delta_1(t);\\ 0,\ \dfrac{\int\limits_{kT}^{kT+t_k}\dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}dt}{t_k}<\delta_1(t);\end{cases} \tag{13}$$

ШИМ-5

$$\chi(t)=\begin{cases}|\lambda(t)|\operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})),\ \dfrac{\int\limits_{kT}^{(k+1)T}\dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}dt}{T}>\delta_1(t);\\ 0,\ \dfrac{\int\limits_{kT}^{(k+1)T}\dfrac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}dt}{T}<\delta_1(t).\end{cases} \tag{14}$$

Отметим сложность реализации импульсной модуляции 5-го рода, которая заключается в том, что тем или иным образом необходимо использовать экстраполяцию ошибки системы для получения ее среднего значения на текущем такте работы импульсного элемента. Так как указанная задача выходит за рамки настоящей работы, предлагается использовать среднее значение ошибки системы на предыдущем такте $(k-1)T$, $k=1, 2,\ldots$. С учетом сделанного

замечания выражение (14) изменится, и дальше будем его использовать в численных экспериментах:

$$\Phi_{k-1} = \frac{\int\limits_{(k-1)T}^{kT} \frac{|\varepsilon(t,\mathbf{q})|}{|\lambda(t)|} dt}{T}; \tag{15}$$

ШИМ-5

$$\chi(t) = \begin{cases} |\lambda(t)| \operatorname{sgn}(\varepsilon(t,\mathbf{q})), & \Phi_{k-1} > \delta_1(t); \\ 0, & \Phi_{k-1} < \delta_1(t). \end{cases} \tag{16}$$

Предложенная выше схема придания свойства суперпозиции может быть применена к таким ШИМ-элементам, в которых ширина импульсов определяется полиномом *n*-й степени от модуля ошибки системы $\varepsilon(t,\mathbf{q})$ с дополнительными настраиваемыми параметрами, если при изменении задающего воздействия $\lambda(t)$ площадь импульсов ШИМ-элемента будет пропорционально изменяться по отношению к $\lambda(t)$.

3. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Далее показано применение схемы придания свойства суперпозиции автоматической системе (1) с оператором объекта $G_p(p)$, который описывает процесс нагрева в туннельной печи для обжига кирпича [12–15]:

$$\varepsilon(t,\mathbf{q}) = \lambda(t) - x(t),$$

$$\chi(t) = G_{im}(\varepsilon(t,\mathbf{q})), \tag{17}$$

$$u(t,\mathbf{q}) = \chi(t)\left(\sum_{i=0}^{2} q_{2i+1}\varphi_{i+1}(t)\right) + \frac{\chi(t)}{p}\left(\sum_{i=1}^{3} q_{2i}\varphi_i(t)\right),$$

$$x(t) = G_p(p)u(t,\mathbf{q}),$$

$$G_p(p) = \frac{k_{ob}}{T_{ob1}T_{ob2}p^2 + (T_{ob1}+T_{ob2})p + 1} e^{-p\tau_{ob}},$$

$$T_{ob1} = 5{,}2\text{ с}, \quad T_{ob2} = 0{,}64\text{ с}, \quad k_{ob} = 0{,}75, \quad \tau_{ob} = 1{,}8\text{ с}.$$

Параметры ПИ – РПС получены с помощью алгоритма из работы [16] и штрафной функции [17]:

$$\mathbf{q} = (0{,}017340;\ 0{,}144287;\ 0{,}081546;\ 0{,}043054). \tag{18}$$

На примере ШИМ-1 демонстрируется (рис. 3) влияние нелинейности типа насыщения на время первого пересечения кривой разгона автоматической

системы (17) и кривой задающего воздействия без схемы придания свойства суперпозиции.

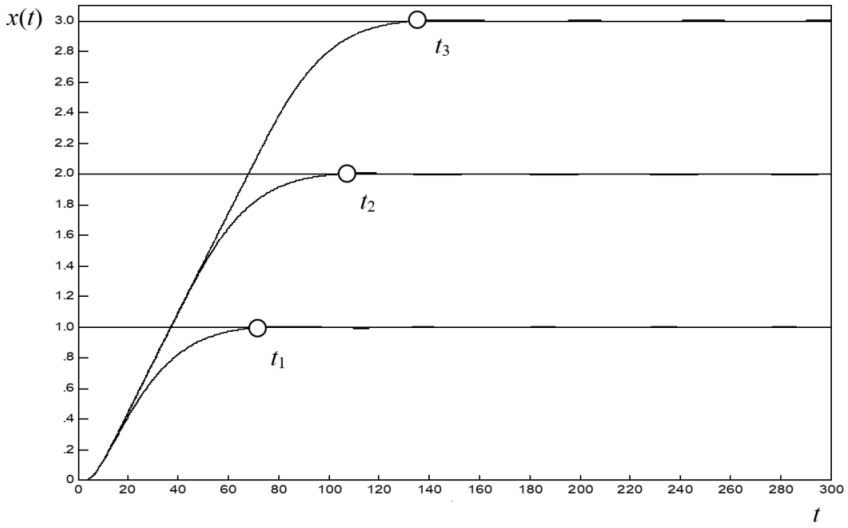


Рис. 3 Переходные процессы в автоматической системе (17) при использовании ШИМ-1 без схемы придания свойства суперпозиции (период квантования $T = 4$ с). Задающее воздействие $\lambda(t)$: $1(t)$, $2(t)$, $3(t)$

Fig. 3 Transients in the automatic system (17) when using PWM-1 without a superposition property scheme (quantization period $T = 4$ s). Setting effect $\lambda(t)$: $1(t)$, $2(t)$, $3(t)$

Анализ временных точек, отмеченных как t_1, t_2, t_3 на графике рис. 3, показывает, что при увеличении величины задающего воздействия с $1(t)$ до $3(t)$ время t_3 увеличивается почти в два раза по отношению к t_1.

На рис. 4–7 показаны графики внутренних процессов автоматической системы (17) с задающим воздействием $1(t)$.

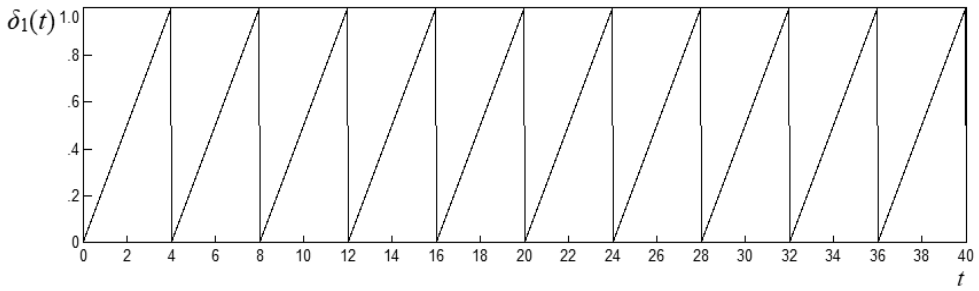


Рис. 4. График $\delta_1(t)$ функции, реализующей пилообразные импульсы с периодом повторения $T = 4$ с и амплитудой $A = 1$

Fig. 4. Graph $\delta_1(t)$ of a function implementing sawtooth pulses with a repetition period of $T = 4$ s and an amplitude of $A = 1$

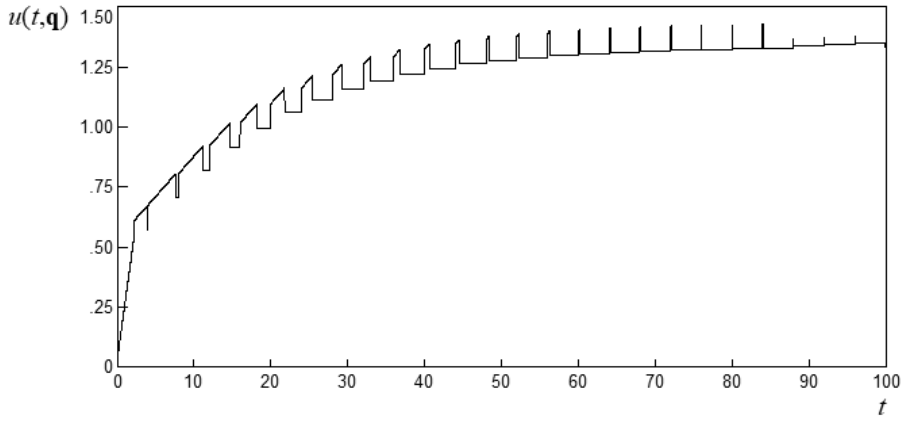


Рис. 5. График выходной координаты ПИ – РПС $u(t, \mathbf{q})$ (17)

Fig. 5. Graph of the output coordinate of the PI – CVS $u(t, \mathbf{q})$ (17)

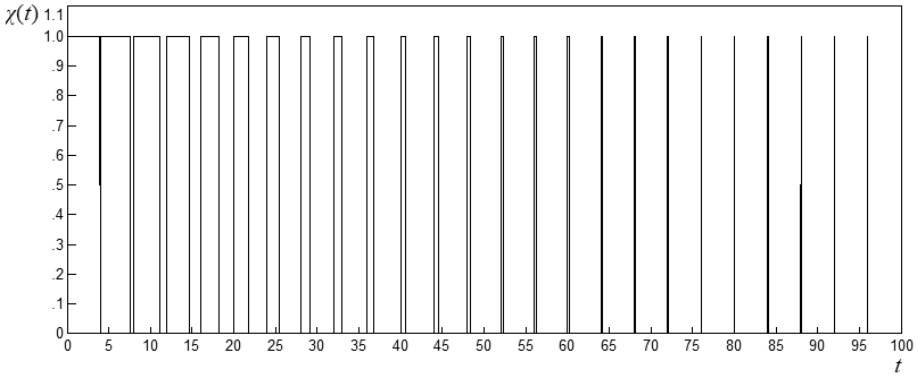


Рис. 6. График выходной координаты импульсного элемента $\chi(t)$ (17)

Fig. 6. Graph of the output coordinate of the pulse element $\chi(t)$ (17)

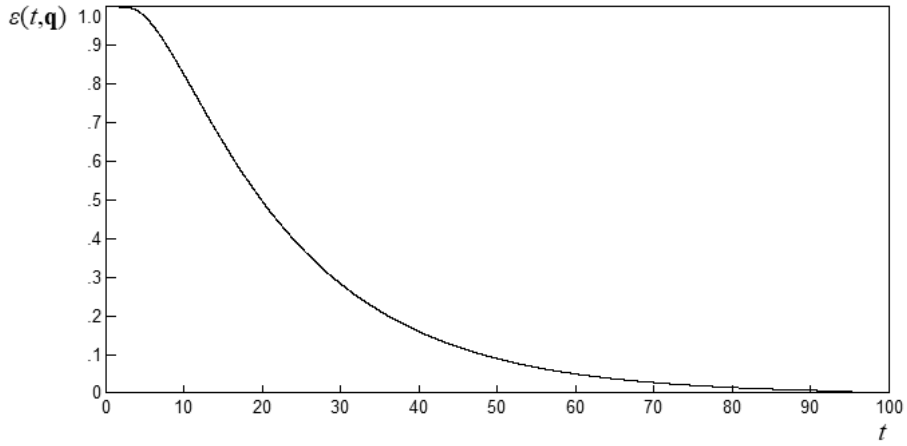


Рис. 7. График ошибки системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ (17)

Fig. 7. Graph of the system error $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ (17)

Далее демонстрируется предложенная схема придания системе (17) свойства суперпозиции при использовании ШИМ 1–5-го рода при различных задающих воздействиях $\lambda(t)$: $1(t)$, $2(t)$, $3(t)$.

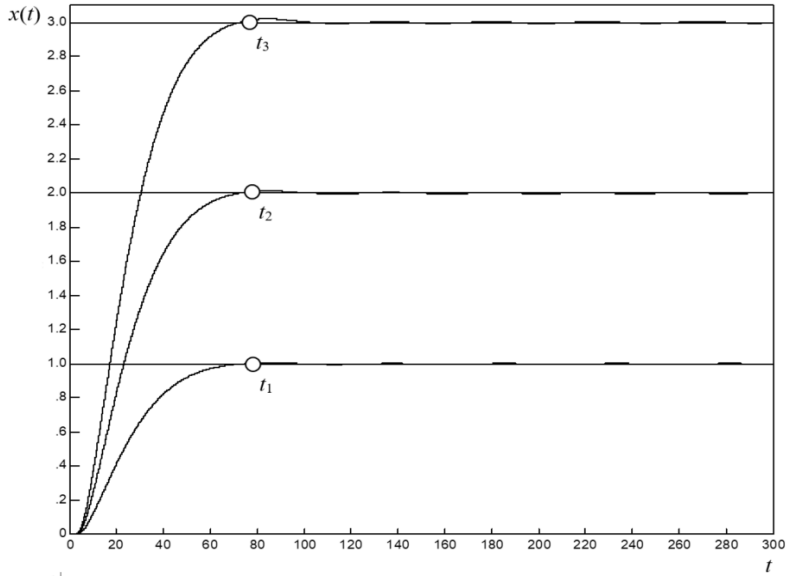


Рис. 8. Переходные процессы в автоматической системе (17) при использовании ШИМ-1 со схемой придания свойства суперпозиции (период квантования $T = 4$ с)

Fig. 8. Transients in the automatic system (17) using PWM-1 with a scheme for imparting superposition properties (quantization period $T = 4$ s)

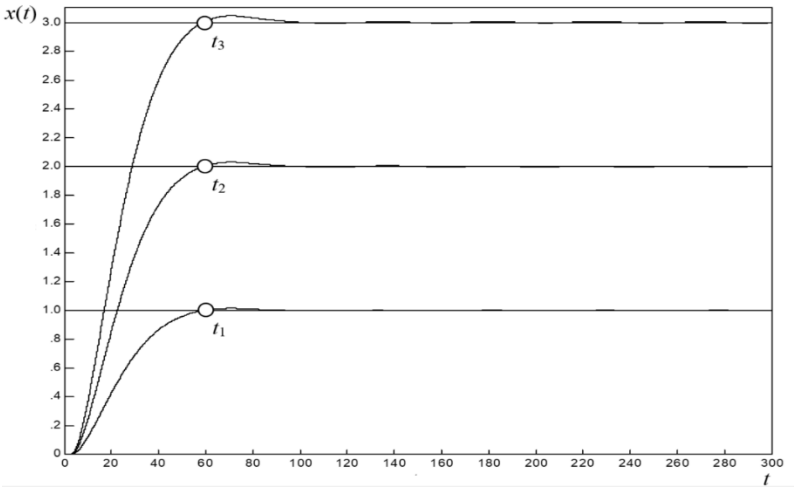


Рис. 9. Переходные процессы в автоматической системе (17) при использовании ШИМ-2 со схемой придания свойства суперпозиции (период квантования $T = 4$ с)

Fig. 9. Transients in the automatic system (17) using PWM-2 with a scheme for imparting superposition properties (quantization period $T = 4$ s)

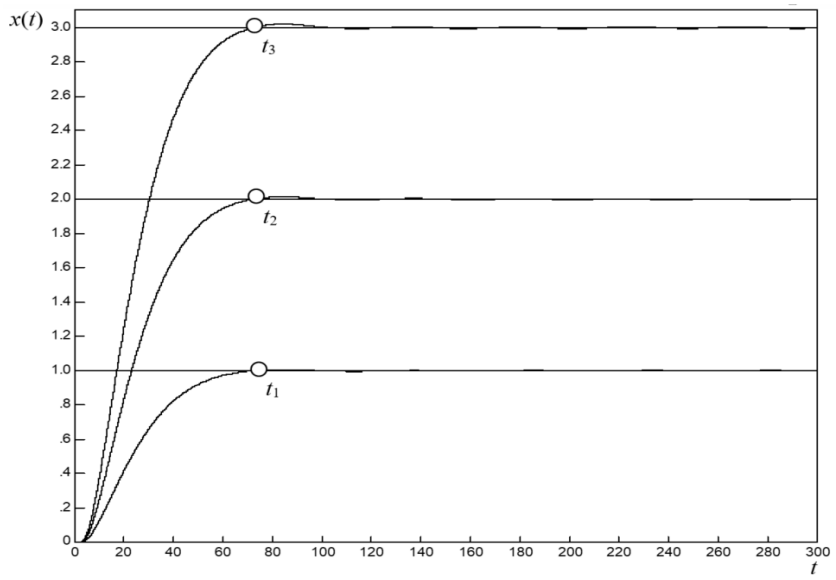


Рис. 10. Переходные процессы в автоматической системе (17) при использовании ШИМ-3 со схемой придания свойства суперпозиции (период квантования $T = 4$ с)

Fig. 10. Transients in the automatic system (17) using PWM-3 with a scheme for imparting superposition properties (quantization period $T = 4$ s)

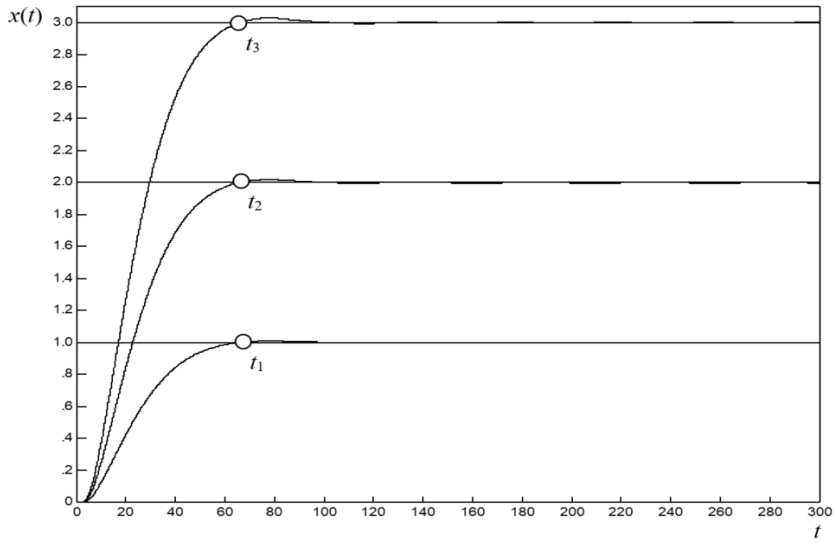


Рис. 11. Переходные процессы в автоматической системе (17) при использовании ШИМ-4 со схемой придания свойства суперпозиции (период квантования $T = 4$ с)

Fig. 11. Transients in the automatic system (17) using PWM-4 with a scheme for imparting superposition properties (quantization period $T = 4$ s)

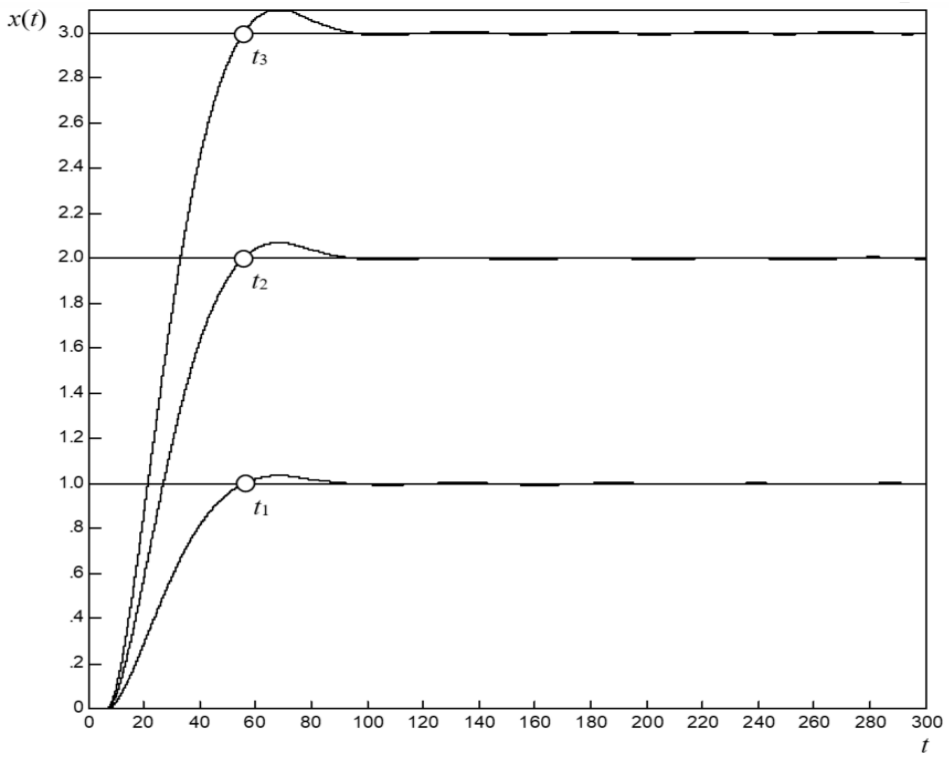


Рис. 12. Переходные процессы в автоматической системе (17) при использовании ШИМ-5 со схемой придания свойства суперпозиции (период квантования $T = 4$ с)

Fig. 12. Transients in the automatic system (17) using PWM-5 with a scheme for impartingsuperposition properties (quantization period $T = 4$ s)

Приведенные на рис. 8–12 графики переходных процессов системы регулирования температуры в туннельной печи для обжига кирпича (17) свидетельствуют о выполнении принципа суперпозиции в рассматриваемой системе с нелинейным ИЭ и регулятором с переключаемыми параметрами. В частности, видно, что моменты времени первого пересечения кривой разгона с соответствующей кривой задающего воздействия совпадают, т. е. $t_1 = t_2 = t_3$, и время окончания переходного процесса не зависит от величины задающего воздействия. Заметим, что в установившемся режиме присутствуют периодические колебания, которые обусловлены наличием двух нелинейностей: насыщением в ИЭ и зоной нечувствительности в ПИ – РПС.

Для демонстрации свойства устойчивости автоматической системы (17) на рис. 13 показаны переходные процессы с ШИМ с 1-го по 5-й род при последовательной смене задающего воздействия $\lambda(t)$ с разным знаком.

Анализируя семейство переходных процессов на рис. 13, можно увидеть, что переходный процесс при ШИМ-3 существенно отличается от остальных переходных процессов потому, что при реализации ШИМ-3 используются две опорные функции, в отличие от других рассматриваемых ШИМ.

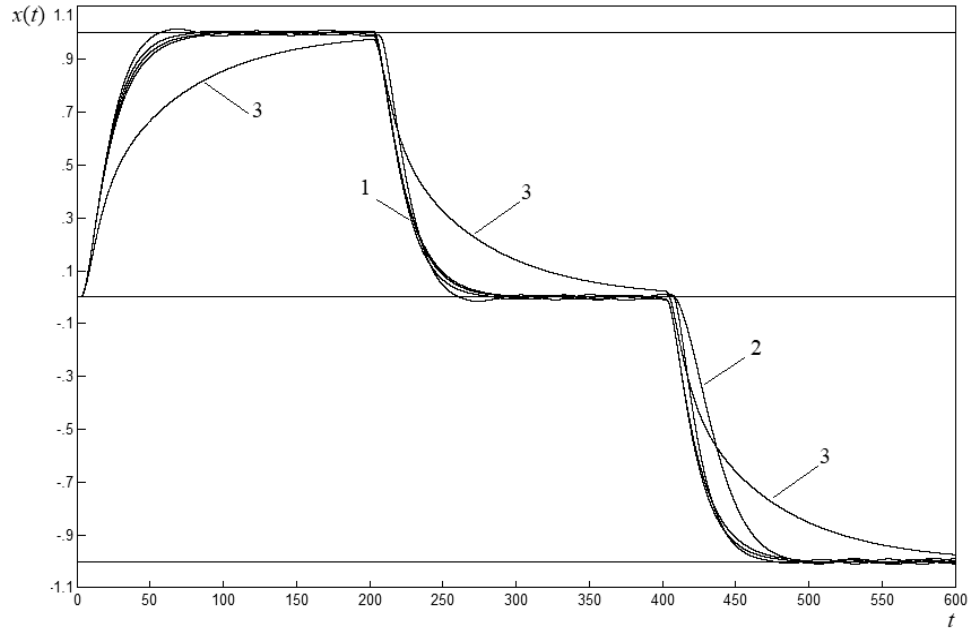


Рис. 13. Переходные процессы в автоматической системе (17) (*1* – ШИМ-1, ШИМ-2, ШИМ-4, ШИМ-5; *2* – ШИМ-5; *3* – ШИМ-3) при последовательной смене задающего воздействия $\lambda(t)$: $1(t) \to 0(t) \to -1(t)$ (период квантования $T = 4$ с)

Fig. 13. Transient processes in the automatic system (17) (*1* – PWM-1, PWM-2, PWM-4, PWM-5; *2* – PWM-5; *3* – PWM-3) with successive changes in the reference signal $\lambda(t)$: $1(t) \to 0(t) \to -1(t)$ (quantization period $T = 4$ s)

Изменение максимальных значений опорных функции в ШИМ-3 влияет на качество переходного процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Научная новизна заключается в том, что предлагаемая схема придания автоматической системе свойства суперпозиции не зависит от рода модуляции, используемой в ШИМ, и позволяет не осуществлять подстройку настраиваемых параметров автоматической системы, содержащей нелинейный элемент, при изменении задающего воздействия. Результаты численного моделирования автоматической системы поддержания температуры в туннельной печи для обжига кирпича показали, что схема адаптации по задающему воздействию в ШИМ позволяет сохранять время нарастания и время регулирования переходного процесса при увеличении задания. Предложенная схема придания свойства суперпозиции импульсной автоматической системе без дополнительных преобразований может быть применена к таким ШИМ-элементам, в которых ширина импульсов определяется полиномом n-й степени от модуля ошибки системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ с дополнительными настраиваемыми параметрами, если площадь импульсов ИЭ находится в прямой зависимости от задающего воздействия. В рассматриваемой автоматической системе относительно небольшую погрешность в получении суперпозиции вносит зона нечувствительности, используемая в регуляторе с переменной структурой для реализации

режима конечных переключений структур такого регулятора. Эту погрешность можно компенсировать, если величину зоны нечувствительности определять в процентах от задающего воздействия в автоматической системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Слепов Н.Н., Дроздов Б.В.* Широтно-импульсная модуляция: (анализ и применение в магнитной записи). – М.: Энергия, 1978. – 191 с.

2. *Попков Ю.С.*, *Цыпкин Я.З.* Теория нелинейных импульсных систем. – М.: Наука, 1973. – 414 с.

3. *Лурье М.С.*, *Лурье О.М.*, *Фролов А.С.* Исследование динамических режимов систем стабилизации тока мощных электромагнитов с широтно-импульсной модуляцией // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2021. – Т. 22, № 6. – С. 313–320. – DOI: 10.17587/mau.22.313-320.

4. *Andeen P.E.* Analysis of pulse duration sampled data systems with linear elements // IRE Transactions on Automatic Control. – 1960. – Vol. 5 (4). – P. 306–313.

5. *Nease R.E.* Analysis and design of nonlinear sampled date control systems // Massachusetts Institute of Technology, Servomechanisms Laboratory. Wright Air Development Center (WADC) Technical Note. – Cambridge, June 1957. – P. 57–162.

6. *Шигин Е.К.* Автоматическое регулирование объекта с чистым запаздыванием регулятором с переключаемыми параметрами. II // Автоматика и телемеханика. – 1966. – № 6. – С. 72–81.

7. *Говоров А.А.* Зонные регуляторы с переменной структурой. Принципы построения, методы анализа и способы реализации. – Саарбрюккен: LAP Lambert Academic Publishing, 2014. – 124 с.

8. *Sun* Z., *Ge S.S.* Switched linear systems: Control and design. – Springer, 2005. – (Communications and control engineering).

9. *Емельянов С.В.* Системы автоматического управления с переменной структурой. – М.: Наука, 1967. – 336 с.

10. *Жильцов К.К.* Приближенные методы расчета систем с переменной структурой. – М.: Энергия, 1974. – 224 с.

11. *Емельянов С.В.*, *Фурсов А.С.* Координатно-операторная обратная связь. Свойства. Особенности. Перспективы // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 10. – С. 3–39.

12. *Васильков Ю.В.*, *Василькова Н.Н.* Математическое моделирование объектов и систем автоматического управления: учебное пособие. – М.; Вологда: Инфра-Инженерия, 2020. – 428 с.

13. *Митришкин Ю.В.* Линейные математические модели динамических систем с управлением. – М.: Ленанд, 2019. – 464 с.

14. *Сабанчин В.Р.*, *Тугов В.В.* Автоматизация процесса обжига керамического кирпича: монография. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 150 с.

15. *Tseligorov N.A.*, *Chubukin A.V.*, *Tseligorova E.N.* Investigation of the robust absolute stability of the tunnel kiln control system with delay // WSEAS Transactions on Systems. – 2021. – Vol. 20. – P. 25–30. – DOI: 10.37394/23202.2021.20.4.

16. *Куликов В.В.*, *Куцый Н.Н.*, *Куцый А.П.* Градиентный алгоритм параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой с зоной нечувствительности // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2020. – Т. 21, № 9. – С. 530–534. – DOI: 10.17587/mau.21.530-534.

17. *Куликов В.В.*, *Куцый Н.Н.*, *Осипова Е.А.* Параметрическая оптимизация ПИД-регулятора с ограничением на основе метода сопряженных градиентов Полака – Поляка – Рибьера // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, № 5. – С. 240–248. – DOI: 10.17587/mau.24.240-248.

Куликов Владимир Валерьевич, соискатель кафедры «Автоматизация производственных процессов» Иркутского государственного университета путей сообщения. Основное направление научных исследований – параметрическая оптимизация автоматических

систем с переключаемыми параметрами. Имеет более 15 печатных работ. E-mail: godefire@mail.ru

Куцый Николай Николаевич, доктор технических наук, профессор Института информационных технологий и анализа данных Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – автоматическая параметрическая оптимизация сложных дискретных систем, линейное программирование, многоиндексные и многокритериальные задачи. Имеет более 200 печатных работ. E-mail: kucyinn@mail.ru

Осипова Елизавета Алексеевна, кандидат технических наук, доцент Института информационных технологий и анализа данных Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – параметрическая оптимизация дискретных систем, методы анализа данных и нейросетевое моделирование. Имеет более 30 печатных работ. E-mail: osipovaelizaveta@yandex.ru

Kulikov Vladimir V., degree ccandidate at the Department of Automation of Industrial Processes, Irkutsk State University of Railway Transport. The main area of his scientific research is parametric optimization of automatic systems with switchable parameters. He has more than 15 publications. E-mail: godefire@mail.ru

Kutsyy Nikolay N., D.Sc. (Eng.), professor at the Institute of Information Technology and Data Analysis, Irkutsk National Research Technical University. The main research area is automatic parametric optimization of complex discrete systems, linear programming, multi–index and multi-criteria tasks. He has more than 200 printed works. E-mail: kucyinn@mail.ru

Osipova Elizaveta A., PhD (Eng.), associate professor in the Institute of Information Technology and Data Analysis, Irkutsk National Research Technical University. The main area of her scientific research is parametric optimization of discrete systems, data analysis methods and neural network modeling. She has more than 30 printed works. E-mail: osipovaelizaveta@yandex.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2026-3-39-56

Scheme for imparting superposition property to automatic systems with pulse-width modulation of the 1st – 5th kind[*]

V.V. KULIKOV[1,a], *N.N. KUTSYY*[2,b], *E.A. OSIPOVA*[2,c]

[1] *Irkutsk State Transport University, 15, Chernyshevsky Street, Irkutsk, 664074, Russian Federation*

[2] *Irkutsk National Research Technical University, 83, Lermontov Street, Irkutsk, 664074, Russian Federation*

[a] *godefire@mail.ru* [b] *kucyinn@mail.ru* [c] *osipovaelizaveta@yandex.ru*

Abstract

The paper proposes and considers a scheme for imparting the superposition property to an automatic system using a regulator with a variable structure and containing a pulse element (IE) with pulse width modulation of the 1st-5th kind. The results of numerical experiments for pulse width modulation (PWM) of the 1st-5th kind are presented confirming the presence of the superposition property. The use of logic gates for parameter switching in typical PI controllers in automatic systems with a delay makes it possible to increase the speed of the transient process, while using only the sign of the derivative of the system error in the switching law. The limitation of this scheme is that it is applicable only to a linear control object and a regulator with a variable structure which fulfills the principle of superposition and contains an integral component necessary to implement a pulse sequence that should disappear with a zero-system error. The case is

[*] *Received 01 November 2025.*

considered when the value of the pulse repetition period does not change. The study is based on adaptation according to the setting effect which is ideologically related to the implementation of binary systems described in the works by S.V. Yemelyanov and S.K. Korovin. Using only optimization criteria that take into account the specifics of nonlinear IE does not solve the problem of saving control time with different values of the setting effect. The positive aspect of the proposed technical solution is that it does not contain configurable parameters. An automatic temperature control system in a tunnel kiln for firing bricks is chosen as a model example. It shows that when the magnitude of the constant setting effect changes, the rise time and the time for regulating the transient process of the automatic system practically do not change.

Keywords: transport delay, automatic system, superposition, pulse width modulation, variable structure regulator, adaptation, pulse element, control, algorithm, structural synthesis

REFERENCES

1. Slepov N.N., Drozdov B.V. *Shirotno-impul'snaya modulyatsiya: (analiz i primenenie v magnitnoi zapisi)* [Pulse width modulation: (analysis and application in magnetic recording)]. Moscow, Energiya Publ., 1978. 191 p.

2. Popkov Yu.S., Tsypkin Ya.Z. *Teoriya nelineinykh impul'snykh sistem* [Theory of nonlinear impulse systems]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 414 p.

3. Lur'e M.S., Lur'e O.M., Frolov A.S. Issledovanie dinamicheskikh rezhimov sistem stabilizatsii toka moshchnykh elektromagnitov s shirotno-impul'snoi modulyatsiei [Study of dynamic modes of current stabilization systems of powerful electromagnets with pulse-width modulation]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie = Mechatronics, Automation, Control*, 2021, vol. 22 (6), pp. 313–320. DOI: 10.17587/mau.22.313-320.

4. Andeen P.E. Analysis of pulse duration sampled data systems with linear elements. *IRE Transactions on Automatic Control*, 1960, vol. 5 (4), pp. 306–313.

5. Nease R.E. Analysis and design of nonlinear sampled date control systems. Massachusetts Institute of Technology, Servomechanisms Laboratory. *Wright Air Development Center (WADC) Technical Note*. Cambridge, June 1957, pp. 57–162.

6. Shigin E.K. Avtomaticheskoe regulirovanie ob"ekta s chistym zapazdyvaniem regulyatorom s pereklyuchaemymi parametrami. II [Automatic control of a plant with pure time delay and a regulator with switching parameters. II]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1966, no. 6, pp. 72–81. (In Russian).

7. Govorov A.A. *Zonnye regulyatory s peremennoi strukturoi. Printsipy postroeniya, metody analiza i sposoby realizatsii* [Zone regulators with variable structure. Principles of construction, methods of analysis and methods of implementation]. Saarbryukken, LAP Lambert Academic Publishing, 2014. 124 p.

8. Sun Z., Ge S.S. *Switched linear systems: Control and design*. *Communications and control engineering*. Springer, 2005.

9. Emel'yanov S.V. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s peremennoi strukturoi* [Automatic control systems with variable structure]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 336 p.

10. Zhil'tsov K.K. *Priblizhennye metody rascheta sistem s peremennoi strukturoi* [Approximate methods for calculating systems with variable structure]. Moscow, Energiya Publ., 1974. 224 p.

11. Emel'yanov S.V., Fursov A.S. Coordinate-to-operator feedback: Properties, features, outlooks. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76 (10), pp. 1713–1742. DOI: 10.1134/S000511791510001X. Translated from *Avtomatika i telemekhanika*, 2015, no. 10, pp. 3–39.

12. Vasil'kov Yu.V., Vasil'kova N.N. *Matematicheskoe modelirovanie ob"ektov i sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Mathematical modeling of objects and automatic control systems]. Moscow, Vologda, Infra-Inzheneriya Publ., 1974. 428 p.

13. Mitrishkin Yu.V. *Lineinye matematicheskie modeli dinamicheskikh sistem s upravleniem* [Linear mathematical models of dynamic systems with control]. Moscow, Lenand Publ., 2019. 464 p.

14. Sabanchin V.R., Tugov V.V. *Avtomatizatsiya protsessa obzhiga keramicheskogo kirpicha* [Automation of the ceramic brick firing process: monograph]. Orenburg, OGU Publ., 2019. 150 p.

15. Tseligorov N.A., Chubukin A.V., Tseligorova E.N. Investigation of the robust absolute stability of the tunnel kiln control system with delay. *WSEAS Transactions on Systems*, 2021, vol. 20, pp. 25–30. DOI: 10.37394/23202.2021.20.4.

16. Kulikov V.V., Kutsyi N.N., Kutsyi A.P. Gradientnyi algoritm parametricheskoi optimizatsii PI-regulyatora s peremennoi strukturoi s zonoi nechuvstvitel'nosti [The gradient-based algorithm for parametric optimization of a variable-structure PI controller with dead band]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie = Mechatronics, Automation, Control*, 2020, vol. 21 (9), pp. 530–534. DOI: 10.17587/mau.21.530-534.

17. Kulikov V.V., Kutsyi N.N., Osipova E.A. Parametricheskaya optimizatsiya PID regulyatora s ogranicheniem na osnove metoda sopryazhennykh gradientov Polaka – Polyaka – Rib'era [Parametric optimization of the PID controller with restriction based on the method of conjugate gradients of Polak – Polak – Ribier]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie = Mechatronics, Automation, Control*, 2023, vol. 24 (5), pp. 240–248. DOI: 10.17587/mau.24.240-248.

Для цитирования:

Куликов В.В., Куцый Н.Н., Осипова Е.А. Схема придания автоматическим системам с широтно-импульсной модуляцией 1–5-го рода свойства суперпозиции // Системы анализа и обработки данных. – 2026. – № 3 (103). – С. 39–56. – DOI: 10.17212/2782-2001-2026-3-39-56.

For citation:

Kulikov V.V., Kutsyy N.N., Osipova E.A. Skhema pridaniya avtomaticheskim sistemam s shirotno-impul'snoi modulyatsiei 1–5 roda svoistva superpozitsii [Scheme for imparting superposition property to automatic systems with pulse-width modulation of the 1st – 5th kind]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2026, no. 3 (103), pp. 39–56. DOI: 10.17212/2782-2001-2026-3-39-56.