

УДК 621.365.5

Энергетические параметры индукционной печи с холодным тиглем для плавки металлов*

Р.А. БИКЕЕВ¹, А.И. АЛИФЕРОВ², А.Ю. ИГНАТЕНКО³, В.А. СУЯШОВ⁴

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: bikeev@ngs.ru

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: alif@ngs.ru

³ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант. E-mail: zxsxs@rambler.ru

⁴ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, студент. E-mail: vladislav_suyashov@mail.ru

Индукционные печи с холодным тиглем предназначены для выплавки металлов и сплавов высокой чистоты, а также тугоплавких и химически активных металлов. Такое их применение обусловлено отсутствием загрязнения расплава материалом тигля, наличием интенсивного электромагнитного перемешивания жидкого металла без дополнительных специальных устройств, позволяющего получить расплав, равномерный по химическому составу и температуре. Главным недостатком этих печей является низкий электрический коэффициент полезного действия, который обусловлен большими электрическими потерями в холодном тигле электропечи. Оптимизация конструкции холодных тиглей возможна только на основе глубокого комплексного исследования на базе 3D моделирования протекающих в них электромагнитных процессов и энергетических параметров системы «индуктор–расплав–холодный тигель». В статье описаны геометрическая и математическая модели одного сегмента тигля, реализованные в программном комплексе конечно-элементного моделирования полей различной природы – ANSYS. В процессе исследования было проведено многократное параметрическое моделирование индукционной системы с холодным тиглем при варьировании следующих параметров: действующего значения тока индуктора, количества сегментов холодного тигля, материала холодного тигля, наличия и отсутствия прорези вдоль канала водяного охлаждения каждого сегмента холодного тигля. В результате были получены картины распределения параметров электромагнитного поля (вектора напряженности магнитного поля и вектора плотности тока), а также зависимости активной мощности, выделяемой во всех токопроводящих элементах конструкции моделируемой системы, и электрического КПД от всех вариативных параметров. Анализ полученных зависимостей показал, что увеличение количества сегментов, из которых конструктивно выполняется холодный тигель, наличие прорези вдоль канала водяного охлаждения каждого сегмента холодного тигля, а также изготовление сегментов холодного

* Статья получена 11 ноября 2014 г.

Работа выполнялась при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (программа стратегического развития Новосибирского государственного технического университета, проект 2.6.1, гос. регистрация № 01201461857).

тигля из нержавеющей стали (по сравнению с холодным тиглем, выполненным из меди) приводит к уменьшению в нем потерь активной мощности и, как следствие, увеличению электрического коэффициента полезного действия индукционной системы с холодным тиглем.

Ключевые слова: индукционный нагрев, холодный тигель, расплав, сегмент тигля, гарнисаж, электромагнитное поле, электрический коэффициент полезного действия, активная мощность в расплаве, численная модель

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-1-201-212

ВВЕДЕНИЕ

Благодаря сочетанию в индукционных печах с холодным тиглем для плавки металла (ИПХТ) холодной металлической поверхности тигля, возможности электромагнитного обжата расплавленного металла и образованию мениска эти печи обладают следующими положительными свойствами: отсутствие загрязнения расплава материалом тигля; возможность одновременного расплавления всей шихты, загруженной в тигель, и выдержки полученного расплава при заданной температуре в течение необходимого времени; наличие интенсивного электромагнитного перемешивания жидкого металла без дополнительных специальных устройств, что позволяет получить расплав, равномерный по химическому составу и температуре; наличие развитой свободной поверхности расплава (за счет электромагнитного отжатия от стенок тигля) позволяет интенсифицировать рафинировочные процессы; возможность работать с любой контролируемой атмосферой при любом давлении. Такой комплекс достоинств ИПХТ создает условия для расширения областей их применения и технологических процессов, в которых эти печи используются. Главным фактором, ограничивающим их применение, является низкий электрический КПД, связанный со значительными потерями активной энергии в холодном тигле. Исследованию электромагнитных, магнитогидродинамических и температурных процессов, определяющих энергетические показатели данных печей, посвящены работы, выполненные в различных российских и зарубежных научных центрах (Санкт-Петербургский государственный технический университет, Ганноверский университет им. Лейбница, Латвийский государственный университет и др.). Известны результаты численного моделирования и натурных экспериментов по изучению магнитодинамических процессов в расплаве в ИПХТ [1–3], электромагнитных и тепловых процессов в системе «индуктор–расплав–холодный тигель» [4–6], по влиянию на энергетические параметры конструктивного исполнения плавильного узла и технологических режимов плавки оксидов и металлов [7–11]. Численное моделирование процессов, протекающих в ИПХТ, реализовано многими исследователями в различных программных продуктах: модели, базирующиеся на решении систем дифференциальных уравнений методом конечных разностей и конечных элементов [7, 8], в программном пакете ANSYS [4, 6, 11–14]. Исследования выполнялись на базе 2D [12, 14] и 3D моделирования [4, 11].

В данной статье представляются результаты 3D моделирования электромагнитных процессов, позволившие получить зависимости энергетических характеристик системы «индуктор–расплав–холодный тигель» от кон-

структивного исполнения индукционной системы с холодным тиглем, величины тока в индукторе, частоты тока с учетом активных потерь не только в холодном тигле, но и в индукторе.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для вычисления распределения параметров электромагнитного поля в индукционной системе с холодным тиглем, а также расчета активной мощности, выделяющейся в проводящих элементах конструкции, анализ электромагнитного поля необходимо проводить в трехмерной постановке. Это позволяет наиболее правильно учесть геометрию рассматриваемой системы, а также контура протекания вихревых токов, наводимых в проводящих элементах конструкции. Расчетная геометрическая модель системы изображена на рис. 1. На рис. 2 представлен разрез тигля с вертикальными прорезями и без прорезей.

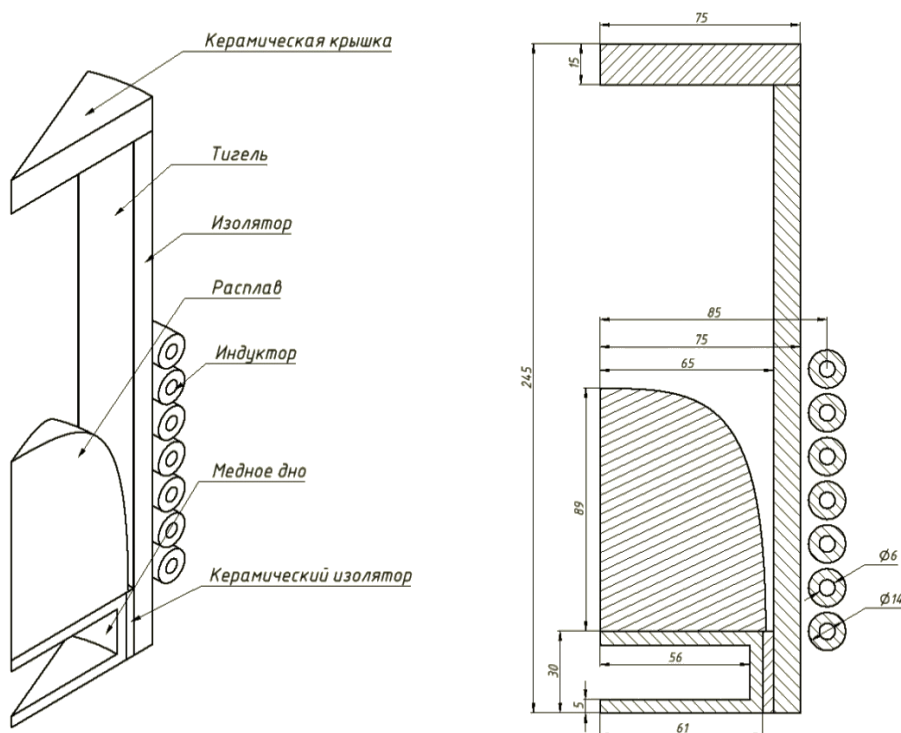


Рис. 1. Расчетная геометрическая модель сегмента индукционной системы с холодным тиглем

Для расчета электромагнитного поля в современных прикладных программных продуктах широко используется понятие векторного магнитного потенциала \vec{A} , который плавно изменяется от точки к точке и ротор которого равен магнитной индукции [15–17]:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}. \quad (1)$$

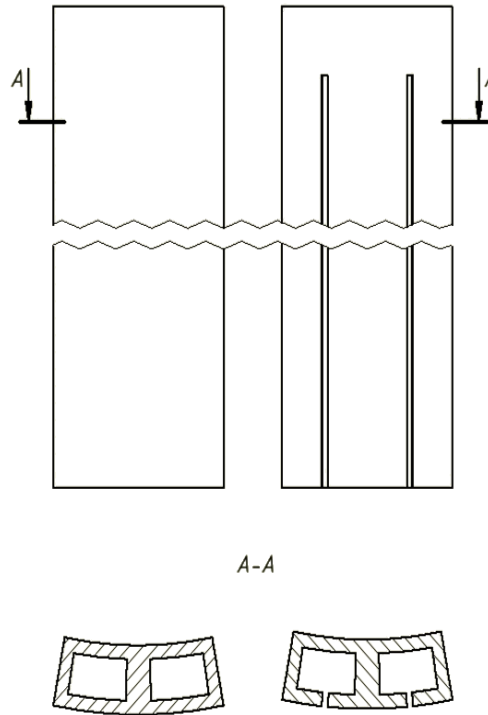


Рис. 2. Тигель с вертикальными прорезями (справа) и без прорезей (слева)

Уравнения Максвелла, сформулированные в терминах векторного магнитного потенциала, могут быть записаны в комплексной форме для синусоидально изменяющегося по времени электромагнитного поля:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_a \vec{\delta}, \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{\delta} = 0, \quad (3)$$

$$\vec{\delta} = -\gamma j \omega \vec{A}. \quad (4)$$

Таким образом, задача расчета электромагнитного поля в моделируемой системе сводится к решению уравнений (2)–(4) относительно трех компонент

векторного магнитного потенциала $\vec{A} = \vec{e}_x \dot{A}_x + \vec{e}_y \dot{A}_y + \vec{e}_z \dot{A}_z$.

На границах расчетной области будут выполняться следующие условия [18]: для касательной составляющей векторного магнитного потенциала

$\frac{\partial \dot{A}_\tau}{\partial n} = 0$; для нормальной составляющей векторного магнитного потенциала

$\dot{A}_n = 0$, где \vec{n} – вектор нормали к граничной поверхности расчетной области. Источником электромагнитного поля в моделируемой системе является ток, протекающий в витках индуктора и изменяющийся по синусоидальному закону.

Решение уравнений (2)–(4), дополненных соответствующими граничными условиями, в программном комплексе конечно-элементного моделирования полей различной природы ANSYS позволяет получить в расчетной области распределение векторного магнитного потенциала.

Определение средней за период активной мощности, выделяющейся в каждом проводящем теле в расчетной модели за счет протекания по нему тока, может быть осуществлено по выражению [15, 16]:

$$P = \int_V \frac{1}{2} \gamma \dot{E}^2 dV, \quad (5)$$

где V – объем тела; γ – электропроводимость материала проводящего тела.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В процессе исследования в программном комплексе ANSYS было проведено многократное параметрическое моделирование индукционной системы с холодным тиглем, изображенной на рис. 1. В качестве вариативных параметров выступали: действующее значение тока индуктора – 1000 А, 2400 А, 5000 А, 10 000 А; количество сегментов холодного тигля – 8, 16, 32; материал холодного тигля – медь, нержавеющая сталь; наличие и отсутствие прорези вдоль канала водяного охлаждения каждого сегмента холодного тигля.

В результате исследования были получены зависимости электрического КПД от всех вариативных параметров. На рис. 3 и 4 представлены зависимости электрического КПД при различном количестве сегментов тигля, наличии и отсутствии прорези вдоль канала охлаждения каждого сегмента тигля и варьируемой частоте тока индуктора для тигля, выполненного из меди и нержавеющей стали соответственно.

На рис. 5 и 6 представлены зависимости активной мощности в расплаве при различном количестве сегментов тигля, наличии и отсутствии прорези вдоль канала охлаждения каждого сегмента тигля и варьируемом токе индуктора для тигля, выполненного из меди и нержавеющей стали соответственно.

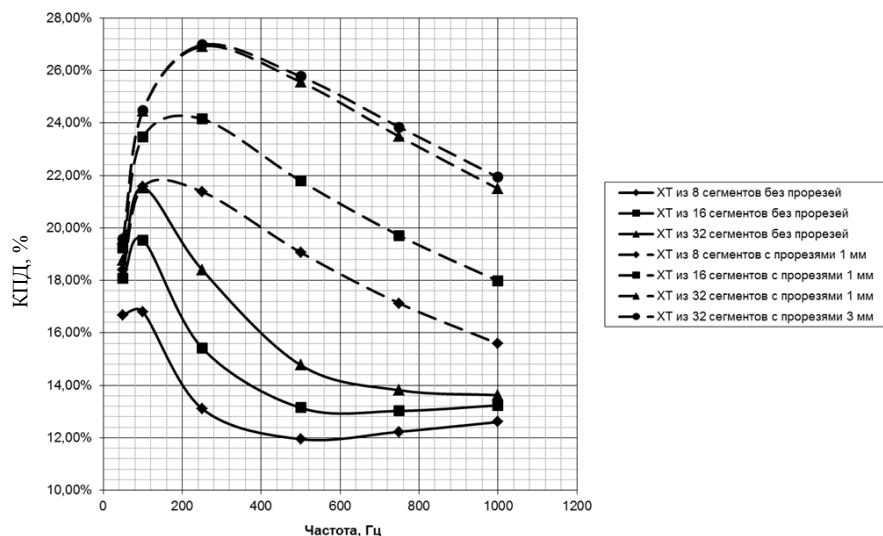


Рис. 3. Зависимости электрического КПД для различного количества сегментов тигля при наличии и отсутствии прорезей вдоль канала охлаждения каждого сегмента тигля и варьируемой частоте тока индуктора (холодный тигель выполнен из меди)

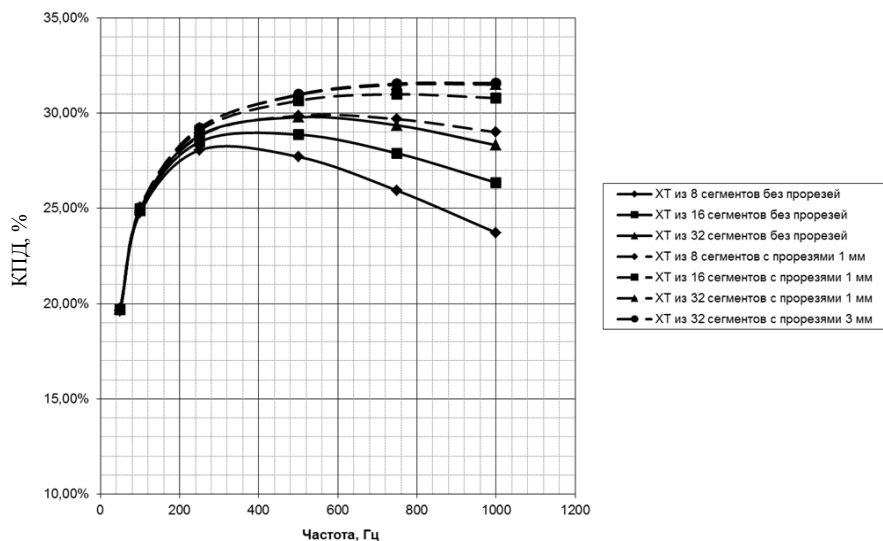


Рис. 4. Зависимость электрического КПД для различного количества сегментов тигля при наличии и отсутствии прорезей вдоль канала охлаждения каждого сегмента тигля и варьируемой частоте тока индуктора (холодный тигель выполнен из нержавеющей стали)

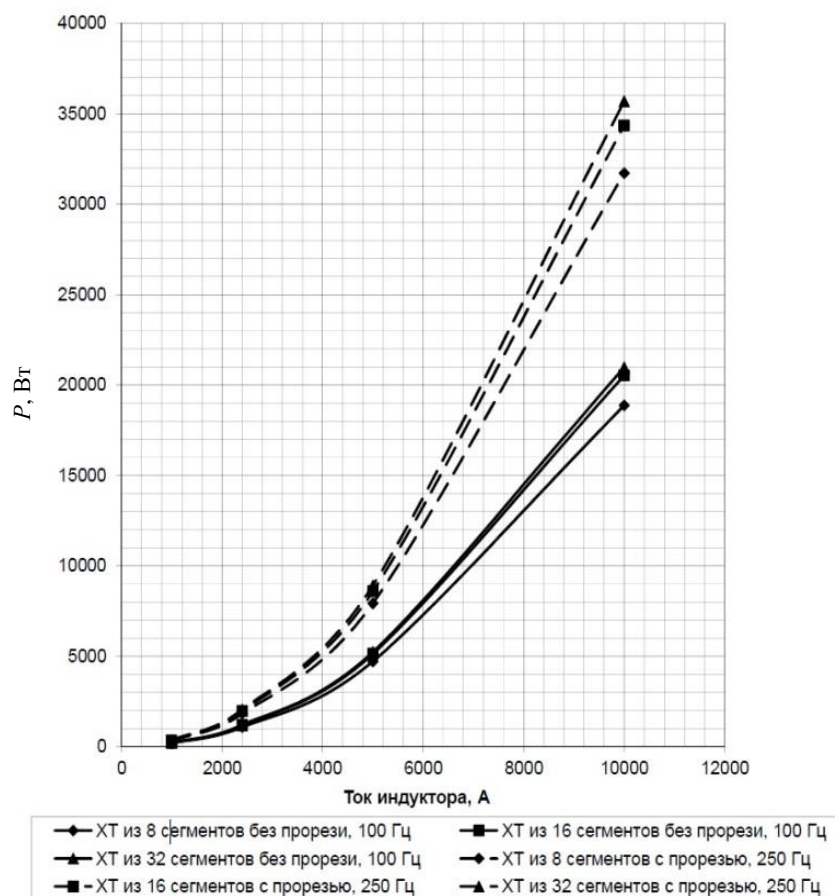


Рис. 5. Зависимость активной мощности, выделяющейся в расплаве, для различного количества сегментов тигля при наличии и отсутствии прорези вдоль канала охлаждения каждого сегмента тигля, а также варьируемом токе индуктора и частоте тока (холодный тигель выполнен из меди)

На рис. 3 и 4 видны максимумы на зависимостях электрического КПД. При увеличении числа сегментов, образующих тигель, с 8 до 32, максимальные значения КПД растут для системы с разрезными сегментами с 21,7 до 27 % для медного и с 30 до 33 % для стального сегмента. При неразрезном сегменте диапазон изменения максимума КПД получается от 16,5 до 21,5 % для медного и от 28 до 30 % для тигля из стальных сегментов. При этом частотный диапазон, соответствующий максимуму КПД, находится в пределах 100...800 Гц.

На рис. 5 и 6 приведены зависимости активной мощности, выделяемой в расплавленном металле. Наличие прорези в сегментах тигля обеспечивает в 1,5 раза большую активную мощность, выделяющуюся в расплаве, чем при тигле с неразрезными сегментами.

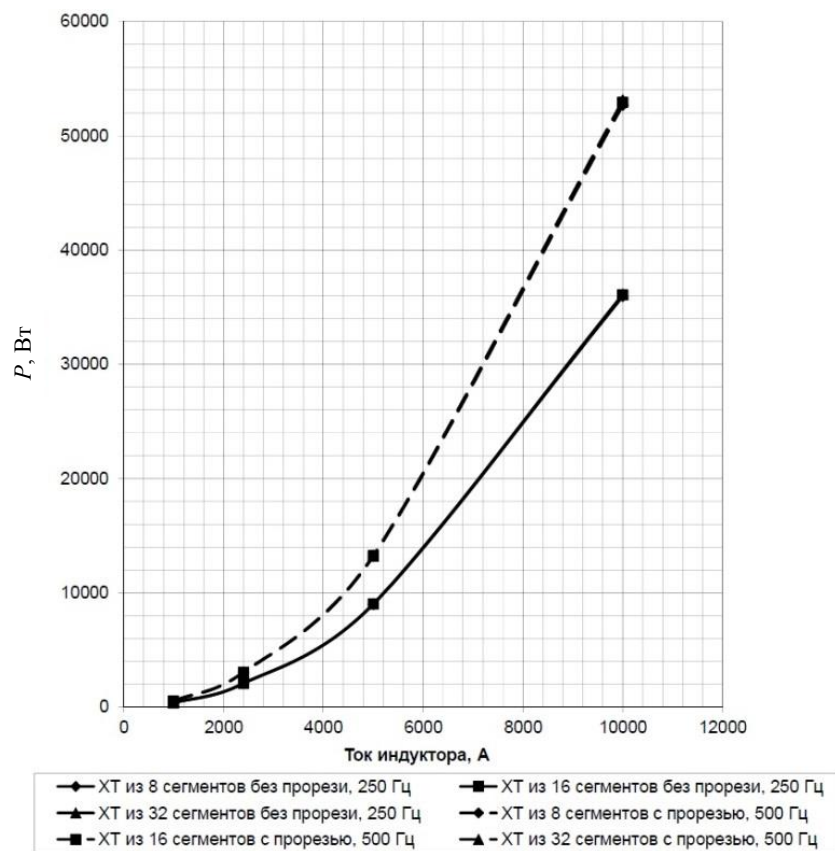


Рис. 6. Зависимости активной мощности, выделяющейся в расплаве, для различного количества сегментов тигля при наличии и отсутствии прорези вдоль канала охлаждения каждого сегмента тигля, а также варьируемом токе индуктора и частоте тока (холодный тигель выполнен из нержавеющей стали)

ВЫВОДЫ

1. Увеличение количества сегментов, из которых конструктивно выполняется холодный тигель, приводит к уменьшению в нем потерь активной энергии. Причем эта тенденция наблюдается для принятых вариантов конструктивного исполнения холодного тигля (без прорези и с прорезью вдоль канала водяного охлаждения каждого сегмента) и материалов, из которых изготавливается тигель (медь или нержавеющая сталь).

2. Наличие прорези вдоль канала водяного охлаждения каждого сегмента холодного тигля приводит к существенному (до двух раз для тигля, выполненного из 32 сегментов из нержавеющей стали) уменьшению потерь активной энергии в холодном тигле, причем чем больше количество сегментов в тигле, тем меньше потери в нем.

3. Изготовление сегментов холодного тигля из нержавеющей стали приводит к существенному, по сравнению с холодным тиглем, выполненным из меди, уменьшению потерь в нем активной энергии (в 6–10 раз).

4. Для различных вариантов конструктивного исполнения холодного тигля выявлены максимумы электрического КПД системы «индуктор–холодный тигель–расплав» в диапазоне частот 100...800 Гц. При увеличении числа сегментов, образующих тигель с 8 до 32, максимальные значения КПД растут для системы с разрезными сегментами с 21,7 до 27 % для медного и с 30 до 33 % для стального сегмента. При неразрезном сегменте диапазон изменения максимума КПД получается от 16,5 до 21,5 % для медного и от 28 до 30 % для тигля из стальных сегментов.

Все рассмотренные выше варианты конструктивного исполнения холодного тигля, приводящие к уменьшению потерь активной энергии в нем, положительно отражаются на электрическом КПД установки, что позволяет рекомендовать их для оптимизации существующих или вновь создаваемых индукционных нагревательных систем с холодным тиглем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Numerical modeling of free surface dynamic of conductive melt in the induction crucible furnace / S. Spitans, A. Jakovics, E. Baake, B. Nacke // *Magnetohydrodynamics*. – 2010. – Vol. 46, N 4. – P. 425–436.
2. Development, verification and application of numerical model for coupled free surface and liquid metal flow calculation in EM field / S. Spitans, E. Baake, B. Nacke, A. Jakovics // *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES–13 «Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing»*, Padua, Italy, May 21–24, 2013. – Padua: Servizi Grafici Editorialy, 2013. – P. 279–286. – doi: 10.2495/MPF130051.
3. Cold crucible verification process: numerical simulation of pouring of molten glass elaborated in CCIM / E. Sauvage, P. Brun, M. Lima-Da-Silva, J. Lacombe, Y. Fautrelle, A. Gagnoud // *Proceedings of the International Scientific Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing*, Hannover, September 16–19, 2014. – Hannover: Leibniz University of Hannover, 2014. – P. 189–194.
4. Study of direct solidification technology of multicrystalline silicon in cold crucible / V. Kichigin, B. Niemann, B. Nacke, A. Pechenkov, I. Pozniak // *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES–10 «Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing»*, Padua, May 18–21, 2010. – Padua: Servizi Grafici Editorialy, 2010. – P. 249–254.
5. Pozniak I., Shatunov A. Mathematical modeling and study of induction furnace with cold crucible // *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES–13 «Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing»*, Padua, Italy, May 21–24, 2013. – Padua: Servizi Grafici Editorialy, 2013. – P. 641–646.
6. Pozniak I., Petchenkov A. Special tool for investigation and controlling of induction skull melting processes // *Proceedings of the international colloquium «Modeling for saving resources»*, Riga, Latvia, May 17–18, 2001. – Riga: Laboratory for Mathematical Modelling of Environmental and Technological Processes, University of Latvia, 2001. – P. 158–163.
7. Pozniak I., Petchenkov A., Nacke B., Behrens T. Mathematical modeling and investigation of induction system with slitted crucible // *Proceeding of the international scientific colloquium «Modeling for electromagnetic processing»*, Hannover, March 24–26, 2003. – P. 151–156.
8. Тур Л.Л., Фомин Н.И. Современные методы индукционной плавки. – М.: Энергия, 1975. – 112 с.
9. Тур Л.Л., Губченко А.П. Индукционные плавильные печи для процессов повышенной точности и частоты. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 120 с. – (Библиотека электротермиста; вып. 75).
10. Петров Ю.Б., Ратников Д.Г. Холодные тигли. – М.: Metallurgy, 1972. – 112 с.
11. Тур Л.Л., Губченко А.П., Фомин И.П. Тенденции развития индукционных печей с холодным тиглем // *Исследования в области промышленного электронагрева: труды ВНИИЭТО / Всесоюзный научно-исследовательский институт электротермического оборудования «ВНИИЭТО»*. – М.: Энергия, 1979. – Вып. 10. – С. 31–38.

12. Кувалдин А.Б., Васильев С.А. Исследование электрических потерь в холодном тигле индукционной печи с использованием трехмерного моделирования // Индукционный нагрев. – 2012. – № 21. – С. 16–21.
13. 2D электрогидродинамическая модель индукционной варки стекла в холодном тигле при двухчастотном нагреве ванны / Д.Б. Лопух, Б.С. Полеводов, С.И. Чеплюк, А.П. Мартынов, А.В. Вавилов, Д.А. Роуч // Индукционный нагрев. – 2011. – № 15. – С. 23–27.
14. Poznyak I., Maximenko M., Shatunov A. Study of crystallization front of the melt in induction furnace with cold crucible // Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES-13 «Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing», Padua, Italy, May 21–24, 2013. – Padua: Servizi Grafici Editoriali, 2013. – P. 439–445.
15. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1964. – 730 с.
16. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле: учебник для вузов. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с.
17. ANSYS Help System. Release 14.5. ANSYS 14.5 [Электронный ресурс]. – 1 электронный оптический диск (DVD-ROM).
18. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики / АН УССР, Институт электродинамики. – Киев: Наукова думка, 1989. – 224 с.

Алиферов Александр Иванович, доктор технических наук, профессор Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – энергосберегающие электротехнологии. Имеет более 100 публикаций. E-mail: alif@ngs.ru

Бикеев Роман Александрович, кандидат технических наук, доцент Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – энергосберегающие электротехнологии. Имеет более 60 публикаций. E-mail: bikeev@ngs.ru

Игнатенко Алексей Юрьевич, магистр техники и технологии, аспирант кафедры АЭТУ Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – моделирование электромагнитных и тепловых процессов в электротехнологии. Имеет 6 публикаций. E-mail: zxsxs@rambler.ru

Сuyaшов Владислав Александрович, студент кафедры АЭТУ Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – моделирование электромагнитных и тепловых процессов в установках индукционного нагрева. E-mail: vladislav_suyashov@mail.ru

Energy parameters of the cold crucible induction furnace for melting metals*

R.A. BIKEEV¹, A.I. ALIFEROV², A.Yu. IGNATENKO³, V.A. SUJASHEV⁴

¹Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, Ph.D., associate professor. E-mail: bikeev@ngs.ru

²Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), professor. E-mail: alif@ngs.ru

³Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, postgraduate student. E-mail: zxsxs@rambler.ru

⁴Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, student. E-mail: vladislav_suyashov@mail.ru

Cold crucible induction furnaces are intended for melting of high purity metals and alloys as well as for refractory and chemically active metals. This use is conditioned by the ab-

* Received 11 November 2014.

The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (the program of strategic development of the Novosibirsk State Technical University, project 2.6.1, registration number of scientific research work 01201461857).

sence of pollution of the melt by crucible materials, intensive electromagnetic stirring of a liquid melt without any additional facilities, which allows obtaining melts of a similar chemical composition and uniform temperature.

The main disadvantage of such furnaces is their low electrical efficiency caused by high electrical losses in the cold crucible of the installation. The cold crucible construction optimization is possible only on the basis of a deep complex investigation of electromagnetic phenomena occurring in it and energy parameters of the “inductor – melt – cold crucible” system with the help of 3D numerical simulation. The paper presents geometrical and mathematical models of one segment of the crucible implemented by the ANSYS software for finite element modeling of different fields.

Multiple parametric modeling of the cold crucible induction installation was performed with varying the following parameters: the RMS value of the inductor current, the number of cold crucible segments, cold crucible material, the presence and absence of a slit along water cooling channel of each crucible segment.

Consequently, patterns of electromagnetic field parameter distribution (a magnetic field vector and a current density vector) were revealed. In addition, dependencies of an active power released in all current-conducting elements of the studied system and electrical efficiency on all variable parameters were also obtained.

The analysis of these dependencies shows that increasing the number of cold crucible segments which constructively form a cold crucible, the presence of a slit along the water cooling channel of each crucible segment, and using cold crucible segments made of stainless steel (as compared with copper cold crucibles) leads to reducing active power losses in it, and consequently, increasing electrical efficiency of an induction system with a cold crucible.

Keywords: induction heating, cold crucible, melt, crucible segment, skull, electromagnetic field, electrical efficiency, melt active power, numerical model

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-1-201-212

REFERENCES

1. Spitans S., Jakovics A., Baake E., Nacke B. Numerical modeling of free surface dynamic of conductive melt in the induction crucible furnace. *Magnetohydrodynamics*, 2010, vol. 46, no. 4, pp. 425–436.
2. Spitans S., Baake E., Nacke B., Jakovics A. Development, verification and application of numerical model for coupled free surface and liquid metal flow calculation in EM field. *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES-13 “Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing”*, Padua, Italy, May 21–24, 2013, pp. 279–286. doi: 10.2495/MPF130051
3. Sauvage E., Brun P., Lima-Da-Silva M., Lacombe J., Fautrelle Y., Gagnoud A. Cold crucible verification process: numerical simulation of pouring of molten glass evaporated in CCIM. *Proceedings of the International Scientific Colloquium “Modelling for Electromagnetic Processing”*, Hannover, Leibniz University of Hannover, September 16–19, 2014, pp. 189–194.
4. Kichigin V., Niemann B., Nacke B., Pechenkov A., Pozniak I. Study of direct solidification technology of multicrystalline silicon in cold crucible. *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES-10 “Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing”*, Padua, May 18–21, 2010, pp. 249–254.
5. Pozniak I., Shatunov A. Mathematical modeling and study of induction furnace with cold crucible. *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES-13 “Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing”*, Padua, Italy, May 21–24, 2013, pp. 641–646.
6. Pozniak I., Pechenkov A. Special tool for investigation and controlling of induction skull melting processes. *Proceedings of the International Colloquium “Modeling for saving resources”*, Riga, Latvia, May 17–18, 2001. Riga, Laboratory for Mathematical Modelling of Environmental and Technological Processes, University of Latvia Publ., pp. 158–163.

7. Pozniak I., Petchenkov A., Nacke B., Behrens T. Mathematical modeling and investigation of induction system with slitted crucible. *Proceeding of the international scientific colloquium "Modelling for electromagnetic processing"*, Hannover, March 24–26, 2003, pp. 151–156.
8. Tir L.L., Fomin N.I. *Sovremennye metody induktsionnoi plavki* [Modern methods of induction melting]. Moscow, Energiya Publ., 1975. 112 p.
9. Tir L.L., Gubchenko A.P. *Induktsionnye plavil'nye pechi dlya protsessov povyshennoi tochnosti i chastoty* [Induction melting furnaces for extended precision and purity processes]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988. 120 p.
10. Petrov Yu.B., Ratnikov D.G. *Kholodnye tigli* [Cold crucibles]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1972. 112 p.
11. Tir L.L., Gubchenko A.P., Fomin I.P. [Tendencies of development of induction furnaces with cold crucible]. *Trudy VNIETO "Issledovanie v oblasti promyshlennogo elektronagrev"*: [Proceedings of All-Union Scientific-Research Institute of Electrothermal Equipment "Research for industrial electrical heating"]. Moscow, Energiya Publ., 1979, vol. 10, pp. 31–38.
12. Kuvaldin A.B., Vasil'ev S.A. Issledovanie elektricheskikh poter' v kholodnom tigre induktsionnoi pechi s ispol'zovaniem trekhmernogo modelirovaniya [Research of electrical losses in cold crucible induction furnace using three-dimensional modeling]. *Induktsionnyi nagrev – Induction heating*, 2012, vol. 21, pp. 16–21.
13. Lopukh D.B., Polevodov B.S., Cheplyuk S.I., Martynov A.P., Vavilov A.V., Rouch D.A. 2D elektrogidrodinamicheskaya model' induktsionnoi varki stekla v kholodnom tigre pri dvukhchastotnom nagreve vannы [Numerical 2D electrohydrodynamic model of induction melting of glass in cold crucible at two-frequency heating]. *Induktsionnyi nagrev – Induction heating*, 2011, vol. 15, pp. 23–27.
14. Poznyak I., Maximenko M., Shatunov A. Study of crystallization front of the melt in induction furnace with cold crucible. *Proceedings of International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources HES-13 "Induction, Dielectric and Microwaves, Conduction & Electromagnetic Processing"*, Padua, Italy, May 21–24, 2013, pp. 439–445.
15. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki*. [Theoretical basis for electrical engineering]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1964. 730 p.
16. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki: Elektromagnitnoe pole* [Theoretical basis for electrical engineering: Electromagnetic field]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978. 528 p.
17. ANSYS Help System. Release 14.5. ANSYS 14.5 [Digital resource]. DVD-ROM. *ANSYS Help System*. Release 14.5. ANSYS 14.5 [Electronic resource]. 1 electronic optical disc (DVD-ROM)
18. Kravchenko A.N. *Kraevye kharakteristiki v zadachakh elektrodinamiki* [Boundary characteristics for electrodynamics' problems]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1989. 224 p.