ISSN 1814-1196
Научный вестник НГТУ
том 59, № 2, 2015, с. 7–19

http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 59, No. 2, 2015, pp. 7–19

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РЕГУЛИРОВАНИЕ

AUTOMATIC CONTROL AND REGULATION

УДК 519.653

Применение методов цифрового дифференцирования сигналов для определения стационарности процессов*

А.В. МАЙСТРЕНКО[1], А.А. СВЕТЛАКОВ[2]

[1] *634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кандидат технических наук, доцент. E-mail: maestro67@mail.ru*

[2] *634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, доктор технических наук, профессор. E-mail: svetlakov38@mail.ru*

В данной работе предложен новый метод определения стационарности процессов, основанный на применении алгоритма цифрового дифференцирования сигналов (ЦДС) с использованием скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц. Множество и разнообразие прикладных задач, при решении которых возникает потребность определения интервалов стационарности режимов наблюдаемых и/или управляемых процессов, а также разнообразие условий, в которых должны определяться данные интервалы, обусловливают актуальность совершенствования существующих и создания новых методов решения обсуждаемой задачи. Сущность предлагаемого метода заключается в том, что при исследовании процессов на стационарность анализируются и используются не только значения самого сигнала, но и значения его первой и второй производных. Такой подход открывает широкие возможности не только для более точного определения границ режима контролируемого процесса, но и позволяет осуществлять прогноз изменения режима процесса во времени. В работе приводятся постановка задачи ЦДС в реальном масштабе времени и описание предлагаемого алгоритма ее решения, а также описание и некоторые результаты исследований нового метода определения интервалов стационарности процессов, основанного на предложенном алгоритме ЦДС и сравнения предлагаемого метода с хорошо известным в математической статистике методом определения стационарности процессов, основанным на использовании критерия инверсий. Предлагаемый метод позволяет с высокой точностью как вычислять значения производных, так и определять режимы стационарности процессов реальных объектов и имеет значительно более высокую помехоустойчивость, чем методы, основанные на использовании классических статистических критериев стационарности. Рекомендуется при построении математических моделей сложных динамических объектов, функционирующих в реальном масштабе времени.

* *Статья получена 27 февраля 2015 г.*
Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №13-08-00092.

Ключевые слова: аппроксимация, дифференцирование сигналов, производная, стационарный процесс, модель, математическая статистика, критерий инверсий, псевдообратная матрица

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-2-7-19

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач, которую необходимо решать при построении математических моделей различных процессов и объектов, является задача определения стационарности режимов и характеризующих их параметров (сигналов) [1, 2]. Актуальность данной задачи обусловлена тем, что математическое описание и анализ стационарных и нестационарных процессов могут существенно отличаться. Совершенно очевидно, что важно не только идентифицировать, стационарен процесс или нет, но и точно определить момент времени, когда он начинает изменять свое стационарное состояние на противоположное. Выполнение данного требования связано с необходимостью своевременно задействовать в текущий момент времени математический аппарат, соответствующий характеру протекающего процесса. Для решения данной задачи в настоящее время известен целый ряд методов, наиболее популярным и часто используемым из которых является так называемый критерий инверсий [2–4]. Однако множество и разнообразие прикладных задач, при решении которых возникает потребность определения интервалов стационарности режимов наблюдаемых и/или управляемых процессов, а также разнообразие условий, в которых должны определяться данные интервалы, обусловливают актуальность совершенствования существующих и создания новых методов решения обсуждаемой задачи.

В данной работе реализуется одна из возможностей решения отмеченной выше задачи, заключающаяся в применении метода цифрового дифференцирования сигналов (ЦДС), основанного на использовании скользящей квадратичной аппроксимации дифференцируемого сигнала и применении для ее получения псевдообратных матриц [5–8]. Сущность предлагаемого метода заключается в том, что при исследовании процессов на стационарность анализируются и используются не только значения самого сигнала, но и значения его первой производной. Такой подход открывает широкие возможности не только для более точного определения границ режима контролируемого процесса (под границей режима здесь и далее будем понимать момент времени, когда происходит изменение стационарного режима на нестационарный или наоборот), но и позволяет осуществлять прогноз изменения режима процесса во времени.

Ниже приводятся постановка задачи ЦДС в реальном масштабе времени или, что то же самое, в режиме online и описание предлагаемого алгоритма ее решения, а также описание и некоторые результаты исследований нового метода определения интервалов стационарности процессов, основанного на предложенном алгоритме ЦДС и сравнения предлагаемого метода с хорошо известным в математической статистике методом определения стационарности процессов, основанного на использовании критерия инверсий [2–4].

1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЦДС В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ

Как известно из математического анализа [9, 10], задача дифференцирования сигнала $s = s(t)$, где $s(t)$ – некоторая функция времени t при любом фиксированном значении $t = t_0$, заключается в том, чтобы вычислить значение производной данного сигнала в соответствии с равенством

$$ds / dt = ds(t_0) / dt. \tag{1}$$

При этом предполагается, что производная ds / dt удовлетворяет соотношению

$$ds / dt = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta s / \Delta t, \tag{2}$$

где Δt и Δs – переменные, называемые соответственно приращениями аргумента t и сигнала S и определяемые равенствами

$$\text{а) } \Delta t = t - t_0 \quad \text{и} \quad \text{б) } \Delta s = s(t) - s(t_0). \tag{3}$$

Заметим, что соотношение (2) в ряде случаев позволяет вычислить ее точное значение. В частности, данная возможность оказывается вполне реализуемой во всех тех случаях, когда дифференцируемый сигнал S задан аналитически, т. е. с помощью той или иной формулы, и является доступным для выполнения всех необходимых математических операций, связанных с вычислением его производной в соответствии с соотношением (2). В реальных условиях, когда дифференцируемый сигнал S задан не аналитически, а в виде некоторой кривой или некоторой таблицы, содержащей дискретные значения t_i и соответствующие им значения $s_i = s(t_i)$ сигнала S, вычислить аналитически значение производной с использованием соотношения (2) оказывается, вообще говоря, невозможно [11, 12]. Это обусловливается тем, что во всех подобных случаях у нас имеются лишь конечные значения приращений Δt и Δs, фигурирующих в правой части соотношения (2), и, соответственно, нам неизвестны значения сигнала $s = s(t)$, соответствующие значениям аргумента t, лежащим между его значениями $t_0 - \Delta t$ и t_0, и, следовательно, у нас нет возможности вычислить точное значение предела, к которому стремится их отношение $\Delta s / \Delta t$ при $\Delta t \to 0$. Отмеченное обстоятельство вынуждает разрабатывать и использовать так называемые численные или, что в данном случае то же самое, цифровые методы дифференцирования сигнала S, которые изначально ориентированы на использование в условиях, когда приращения Δt и Δs имеют конечные значения. При этом, как это и бывает в реальных условиях, предполагается, что приращение Δt мы можем изменять с учетом цели использования ЦДС и конкретных условий, в которых предполагается его использовать.

В данной работе использован метод ЦДС, основанный на скользящей аппроксимации дифференцируемого сигнала квадратичными полиномами и применении для их построения псевдообратных матриц [5]. Сущность данного метода заключается в следующем:

1) предполагается, что в окрестности любого значения t входной сигнал S дифференциатора может быть достаточно точно аппроксимирован алгебраическим полиномом вида

$$\hat{s}(t) = at^2 + bt + c, \tag{4}$$

коэффициенты a, b и c которого являются постоянными в окрестности $[t - \Delta t,\ t + \Delta t]$ данного значения t и изменяются с изменением t вне данной окрестности;

2) в каждый фиксированный момент времени t_0 имеется совокупность m + 1 измеренных значений

$$s(t_0 - m\Delta t),\ s(t_0 - (m-1)\Delta t),\ ...,\ s(t_0);$$

3) поиск коэффициентов полинома сводится к решению системы условных линейных алгебраических уравнений

$$A\vec{x}^T \approx \vec{s}^T, \tag{5}$$

где знаком «$\approx$» обозначено условное или, что то же самое, приближенное равенство, а матрица A и векторы $\vec{x}^T$ и $\vec{s}^T$ данной системы определяются следующими равенствами:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} t_0^2 & t_0 & 1 \\ (t_0 - \Delta t)^2 & (t_0 - \Delta t) & 1 \\ ... & ... & ... \\ (t_0 - m\Delta t)^2 & (t_0 - m\Delta t) & 1 \end{pmatrix}, \text{ б) } \vec{x}^T = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ и с) } \vec{s}^T = \begin{pmatrix} s(t_0) \\ s(t_0 - \Delta t) \\ ... \\ s(t_0 - m\Delta t) \end{pmatrix}; \tag{6}$$

4) вычисление решения условной системы уравнений (5) сводится к минимизации евклидовой метрики $\rho(s, \hat{s})$, определяемой равенством

$$\rho(s, \hat{s}) = \left(\sum (s_i - \hat{s}_i)^2\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{7}$$

Здесь $s_i = s(t_i)$ – измеренные значения сигнала S в моменты времени $t_i = t_0 - i\Delta t$, $i = \overline{0, m}$; $\hat{s}_i = \hat{s}(t_i)$ – значения аппроксимирующего полинома (4), соответствующие этим же моментам времени t_i; m – некоторое ограниченное натуральное число, меньшее M, где M – верхняя граница допустимых значений m, выбираемая с учетом технических возможностей аппаратного устройства, с помощью которого реализуется дифференцирование сигнала, а также желаемого быстродействия, уровня ошибок в значениях сигнала и т. п.;

5) в качестве решения $\vec{x}^T$ системы (5) используется ее псевдорешение $\vec{x}_+^T$, вычисляемое согласно равенству

$$\vec{x}_+^T = A^+ \cdot \vec{s}^T, \tag{8}$$

где A^+ – псевдообратная к A матрица. Как известно [6, 7], минимальное значение метрика (7) принимает именно в случае, когда в качестве решения несовместной системы (5) используется ее псевдорешение $\vec{x}_+^T$, что и оправдывает его использование в данном случае;

6) как следует из формулы (6б), компонентами x_{1+}, x_{2+}, x_{3+} полученного псевдорешения $\vec{x}_+^T$ являются соответственно коэффициенты *a, b* и *c* полинома (4), и, таким образом, данным коэффициентам присваиваются численные значения согласно следующим равенствам:

$$\text{а) } a = x_{1+}, \quad \text{б) } b = x_{2+} \quad \text{и} \quad \text{с) } c = x_{3+}; \tag{9}$$

7) вычисление производной осуществляется в соответствии с равенством

$$ds / dt = 2at_0 + b, \tag{10}$$

полученным в результате дифференцирования полинома (4) по времени *t*;

8) повторное дифференцирование данного полинома позволяет получить простейшее равенство вида

$$d^2 s / dt^2 = 2a, \tag{11}$$

определяющее вторую производную $d^2 s / dt^2$ дифференцируемого сигнала *S*.

Изложенная выше последовательность операций полностью и вполне однозначно представляет вычислительную схему предлагаемого метода и реализующего его алгоритма ЦДС. В завершение рассмотрения данного метода отметим следующие две особенности, иллюстрирующие широкие возможности его практического применения.

1. Существование и единственность матрицы A^+, псевдообратной к любой исходной матрице *A*, а также наличие в предлагаемом методе изменяемых параметров Δt и *m* позволяют в каждой конкретной ситуации выбирать их численные значения так, чтобы обеспечить наибольшую точность аппроксимации дифференцируемого сигнала и возможность реализации метода имеющимися техническими средствами.

2. Использование предлагаемого метода позволяет без заметных усилий реализовать дифференцирование сигнала *S* в режиме так называемого «скользящего окна» или, что то же самое, в режиме online. Как видно из выражений (6)–(11), для этого необходимо и достаточно ввести в реализующий его алгоритм оператор, обеспечивающий «обновление» матрицы *A* и вектора $\vec{s}^T$ в равенстве (6) по мере поступления в дифференциатор новых измеренных значений $s(t_0 + \Delta t), s(t_0 + 2\Delta t), \ldots$ сигнала *S*.

2. СИНТЕЗ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ СТАЦИОНАРНОСТИ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИХ ЗНАЧЕНИЙ И ЗНАЧЕНИЙ ИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Изложенный выше метод ЦДС открывает широкие возможности для синтеза различных методов определения стационарности процессов с использованием их значений и значений их производных. В частности, используя данный метод, можно предложить метод решения данной задачи, представленный следующей последовательностью операций:

1) пусть в каждый момент времени t производится одно измерение сигнала S и в каждом из них имеется $m + 1$ измеренных значений данного сигнала;

2) далее будем предполагать, что выполняются следующие два условия:

а) m – некоторое ограниченное натуральное число, значение которого мы можем выбирать с учетом наших потребностей;

б) расстояние между соседними моментами времени равно Δt, и, как и число m, при необходимости мы можем его изменять;

3) в каждый момент времени t вычисляются значения первой и второй производных измеряемого сигнала $s = s(t)$ в соответствии с равенствами (10) и (11);

4) с учетом требований, необходимых при решении конкретной задачи определения стационарности процесса, формируются критерии его стационарности. В качестве таких критериев служат отклонения сигнала $s = s(t)$, его первой ds / dt и (или) второй $d^2 s / dt^2$ производных в соседний или соседние моменты времени в соответствии со следующими условиями:

$$\begin{cases} s_{i+1} - s_i > \alpha; \\ ds_{i+1} / dt_{i+1} - ds_i / dt_i > \beta; \quad i = \overline{0, m}, \\ d^2 s_{i+1} / dt_{i+1}^2 - d^2 s_i / dt_i^2 > \gamma, \end{cases} \tag{12}$$

где α, β и γ – некоторые параметры, числовые значения которых выбираются исходя из условий конкретной задачи определения стационарности процессов;

5) для определения режимов стационарности возможна обработка значения сигнала и его производных группами, когда количество одновременно используемых значений в группе больше одного, обработка при этом осуществляется в режиме так называемого «скользящего окна»;

6) параметры α, β и γ выбираются при решении каждой конкретной задачи индивидуально, исходя из требований к предельному отклонению сигнала и его производных в соседние моменты времени. Действительно, для разных процессов данные требования могут существенно отличаться: в одних случаях это могут быть доли процента, а в других – единицы и даже десятки процентов. Данная задача является темой дальнейших исследований и более подробно рассматриваться здесь не будет.

Ниже приведем некоторые результаты экспериментальных исследований, наглядно иллюстрирующих преимущество предлагаемого метода по сравнению с хорошо известным в математической статистике методом определения стационарности процессов, основанным на применении критерия инверсий.

3. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ НОВОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАЦИОНАРНОСТИ, ОСНОВАННОГО НА ПРИМЕНЕНИИ АЛГОРИТМА ЦДС

Применение непараметрических критериев, при использовании которых не требуется иметь априорной информации о типе и виде процесса (сигнала), очень важно с практической точки зрения. К таким непараметрическим критериям как раз и относятся критерий серий и критерий инверсий [2–4]. Последний представляет собой более мощное средство для обнаружения монотонных трендов в данных наблюдениях. Критерий инверсий может быть непосредственно использован для проверки гипотезы о стационарности. Именно по этой причине критерий инверсий был выбран в качестве метода, с которым проводились сравнения.

Количество измеренных значений сигнала, по которому возможно определение стационарных режимов для критерия инверсий, ограничено снизу числом 10. Это обусловлено тем, что именно с этого значения начинаются все известные таблицы распределений. Предлагаемый метод ЦДС для определения режимов стационарности лишен данного недостатка и, в принципе, позволяет решать поставленную задачу при количестве измерений сигнала больше или равном трем. При этом чем больше значений сигнала обрабатывается одновременно, тем зачастую выше точность вычисления производной и, соответственно, тем точнее можно идентифицировать, стационарен процесс или нет. Однако необходимо отметить, что, во-первых, с увеличением количества одновременно обрабатываемых измерений увеличивается вычислительная сложность [5, 13–15]; во-вторых, при фиксированных значениях приращений времени возможности увеличения количества измерений ограничены; в-третьих, с увеличением количества измерений размывается граница (момент времени) изменения состояния режима.

При проведении экспериментальных исследований количество одновременно обрабатываемых значений сигнала выбиралось из ряда от 10 до 80 с шагом 10 и осуществлялось в режиме «скользящего окна». Сигналы были различными по своему виду, но рисунки приведены только для одного вида сигнала с количеством измерений m, равным 10 и 80.

Для критерия инверсий также использовался другой способ обработки сигнала, когда сигнал обрабатывался не в режиме «скользящего окна», а группами по 10–80 измерений. При этом на границах данных групп осуществлялся анализ состояния сигнала, и либо процесс продолжал оставаться стационарным или нестационарным, либо менял свое состояние на противоположное. Результаты, полученные таким способом, оказались несколько хуже, чем те, которые приведены. Это обусловлено тем, что всякий раз, когда необходимо обработать следующую группу измерений сигнала, ее предварительно необходимо получить, а во время процедуры «накопления» никаких действий по обработке сигнала не производится и, таким образом, часть полезной информации оказывается утраченной. Однако, не упомянуть об этих результатах нельзя, так как именно таким образом реализован «классический» критерий инверсий.

Ниже приводятся и обсуждаются некоторые результаты численных экспериментов, цель проведения которых заключалась в том, чтобы подтвердить работоспособность и преимущества предлагаемого метода ЦДС для решения задачи определения стационарности процессов. Все эксперименты были проведены с помощью пакета прикладных программ Matlab. При этом в качестве дифференцируемых сигналов использовались реальные сигналы, полученные с датчиков давления на выходе магистрального насосного агрегата, приводимого в действие электродвигателем большой мощности.

Рассмотрим ряд графических зависимостей, приведенных на рис. 1–5, иллюстрирующих преимущество предлагаемого метода по сравнению с методом, основанным на применении критерия инверсий.

Результаты экспериментальных исследований, представленные на рис. 1 и 3, представляют собой функциональные зависимости сигнала и его производной от времени и обозначены символами S и dS соответственно. На рис. 2, 4 и 5 изображены участки стационарности сигнала, полученные в эти же моменты времени с помощью критерия инверсий и предлагаемого метода, которые располагаются в интервалах от 1 до 1.5 и от 0 до 0.5 по оси ординат и имеют обозначение *Minv* и *Mnew* соответственно. При этом стационарный режим соответствует верхнему уровню (1.5 и 0.5). В подрисуночных надписях литерой m обозначено количество измерений, по которым осуществлялся анализ стационарности.

В названиях рисунков фигурирует параметр β (вторая строка формулы (12)), физический смысл которого состоит в том, что он задает максимальное значение отклонений производной в текущий момент времени от значений в предыдущий момент времени и позволяет, таким образом, самостоятельно выбирать границы, в которых сигнал будет считаться стационарным. Для каждого конкретного процесса эта величина может выбираться индивидуально, в соответствии с теми требованиями и ограничениями, которые характерны именно для данного процесса. При проведении экспериментальных исследований данный интервал выбирался произвольно, без учета каких-либо факторов, с целью продемонстрировать возможности предлагаемого метода.

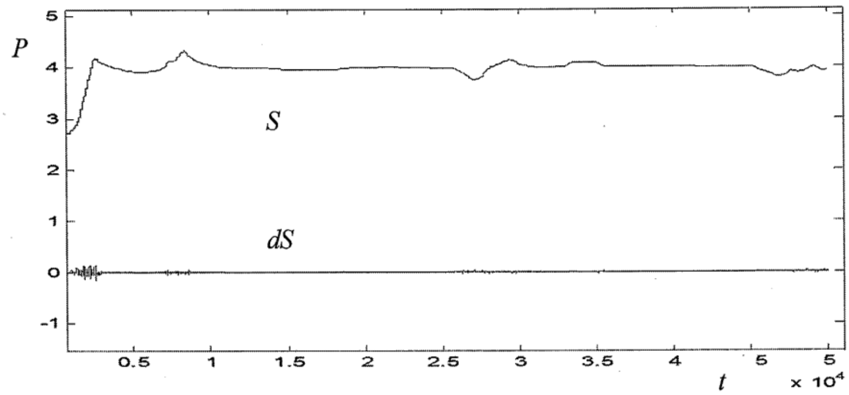

Рис. 1. Сигнал S и его производная dS, m = 80

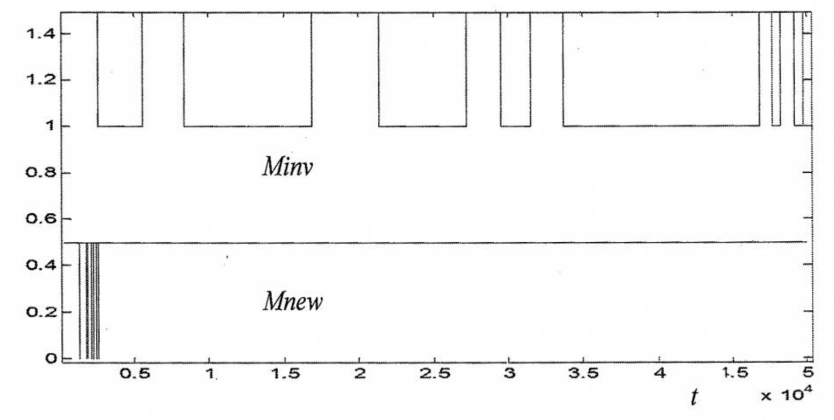

Рис.2. Определение стационарности, m = 80

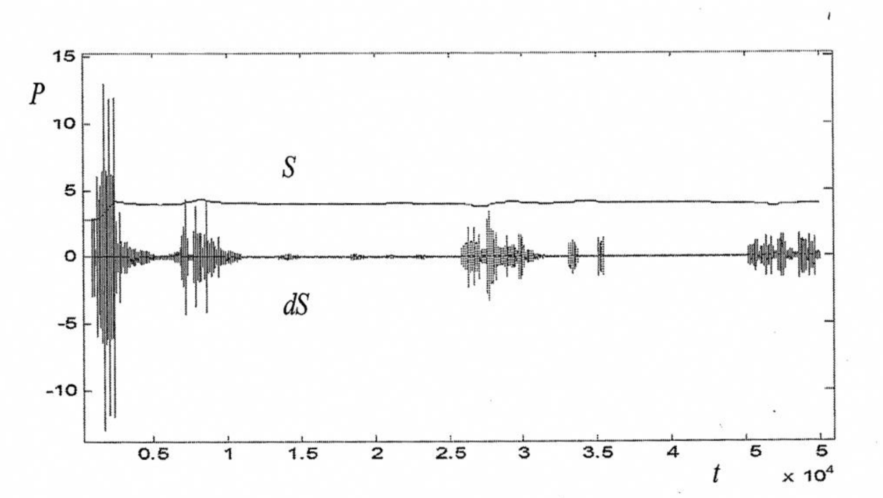

Рис. 3. Сигнал S и его производная dS, m = 10

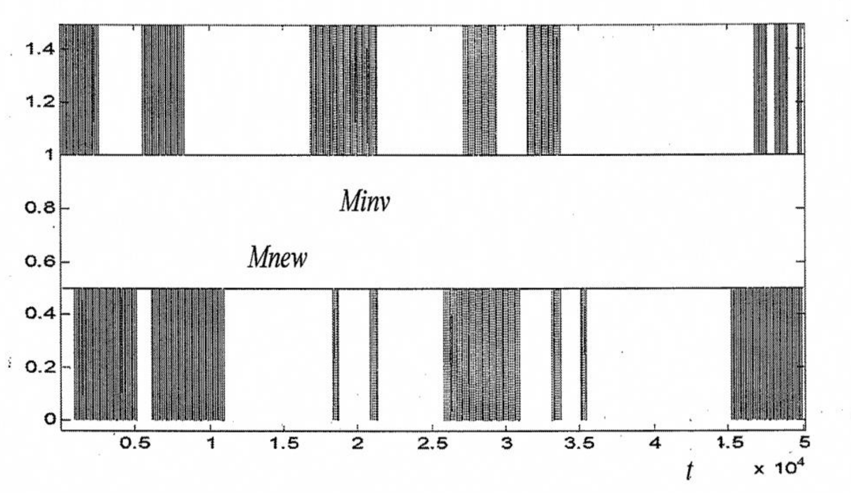

Рис. 4. Определение стационарности, m = 10, β = 0.1

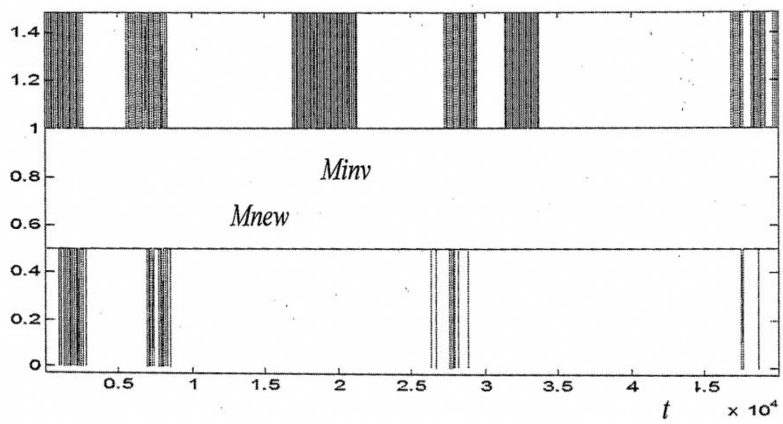

Рис. 5. Определение стационарности, m = 10, β = 0.01

Из приведенных графиков видно, что чем больше количество одновременно обрабатываемых измерений, тем критерий инверсий работает лучше – четче видны границы перехода из одного состояния процесса в другое. Это в общем случае присуще и предлагаемому методу, однако у критерия инверсий есть один существенный недостаток, который заключается в том, что он позволяет определять состояния стационарности строго в соответствии с таблицей распределения вероятностей и не допускает самостоятельного изменения условий стационарности. В отличие от критерия инверсий, предлагаемый метод позволяет самостоятельно, на основе имеющейся информации, условий, личного опыта, технической документации и т. п. устанавливать интервалы изменения значений производной (сигнала), в соответствии с которыми можно будет считать процесс стационарным либо нестационарным.

Существенным отличием предлагаемого метода от традиционных в математической статистике методов определения стационарности [2–4], является то, что он позволяет в более широких пределах выбирать доверительные интервалы для выделения стационарных режимов, руководствуясь при этом теми или иными соображениями, например исходя из погрешности измерительных приборов, регистрирующих изменения контролируемых параметров.

Еще одной замечательной особенностью данного метода является то, что он обладает высокой устойчивостью к погрешностям измерений дифференцируемого сигнала и является более пригодным для работы с сигналами, измеряемыми в реальном масштабе времени, что не характерно для критериев стационарности, используемых в математической статистике (критерий серий, критерий инверсий) [5].

ВЫВОДЫ

Результаты, представленные в предыдущих разделах, позволяют сделать следующие выводы.

1. Предложенный метод определения стационарности процессов, в основе которого лежит алгоритм ЦДС, основанный на использовании скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц, позволяет с

высокой точностью как вычислять значения производных, так и определять режимы стационарности процессов реальных объектов. Он имеет значительно более высокую помехоустойчивость, чем методы, основанные на использовании классических статистических критериев стационарности.

2. В отличие от критерия инверсий предложенный алгоритм позволяет в широких пределах варьировать доверительные интервалы стационарности процессов, что значительно упрощает процедуру настройки реализующего его алгоритма для корректного определения момента наступления и длительности стационарного либо нестационарного режимов.

3. Выбор интервалов изменения значений производной осуществляется, исходя из условий и особенностей, характерных каждому конкретному процессу.

4. Алгоритм, реализующий предложенный метод, является достаточно простым и доступным для аппаратной и программной реализаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Булинский А.В., Ширяев А.Н.* Теория случайных процессов. – М.: Физматлит, 2003. – 400 с.
2. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных: пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 542 с.
3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: учебник для вузов. – 10-е изд., стер. – М.: Академия, 2005. – 576 с. – (Высшее образование).
4. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения: пер. с англ. Т. 2. – М.: Мир, 1967. – 752 с.
5. *Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В.* Цифровое дифференцирование сигналов в реальном масштабе времени с применением скользящей квадратичной аппроксимации // Омский научный вестник. – 2006. – № 7 (43). – С. 110–113.
6. *Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В.* Цифровое дифференцирование сигналов с применением многоточечных методов в системах автоматического регулирования процессов // Доклады ТУСУР. – 2009. – № 2 (20). – С. 83–88.
7. *Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В.* Цифровое дифференцирование измеряемых сигналов с применением интегральных уравнений В. Вольтерра и его регуляризация // Омский научный вестник. – 2014. – № 2 (120). – С. 308–313.
8. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 575 с.
9. *Ильин В.А.* Основы математического анализа: учебник для вузов. В 2 ч. Ч. 1. – М.: Физматлит, 2005. – 648 с.
10. *Фихтенгольц Г.М.* Основы математического анализа: учебник для вузов. В 2 ч. Ч. 1. – СПб.: Лань, 2001. – 440 с.
11. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – Изд. 2-е. – М.: Наука, 1979. – 286 с.
12. *Демидович Б.П., Марон И.А.* Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1963. – 660 с.
13. *Светлаков А.А.* Традиционное и нетрадиционное оценивание неизвестных величин. В 2 ч. Ч. 1. Простейшие задачи оценивания неизвестных величин по результатам их экспериментальных измерений: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТУСУР, 2007. – 550 с.
14. *Майстренко А.В., Светлаков А.А.* Синтез многоточечного метода цифрового дифференцирования сигналов // Омский научный вестник. – 2009. – № 3 (83). – С. 201–204.
15. *Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В.* Регуляризация простейшего алгоритма цифрового дифференцирования сигналов // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2006. – № 4 (25). – С. 53–65.

Майстренко Андрей Васильевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры электронных средств автоматизации и управления (ЭСАУ) Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – автоматизация технологических процессов и производств, дифференцирование сигналов. Имеет более 30 публикаций. E-mail: maestro67@mail.ru

Светлаков Анатолий Антонович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры ЭСАУ Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – автоматизация технологических процессов и производств, теория обратных матриц. Имеет более 200 публикаций. E-mail: svetlakov.38@mail.ru

Application of methods of digital signal differentiation to determine a stationary process[*]

A. MAYSTRENKO[1], *A. SVETLAKOV*[2]

[1] *Tomsk State University of Automatic Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation, PhD (Eng.), associate professor. E-mail: maestro67@mail.ru*
[2] *Tomsk State University of Automatic Control Systems and Radioelectronics, 40, Leni Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), professor. E-mail: svetlakov.38@mail.ru*

In this paper, we propose a new method for the determination of stationary processes based on the application of the algorithm of numerical differentiation of signals (NDS) using a moving quadratic approximation and pseudoinverse matrices. The necessity to improve the existing methods and to develop new ones to solve the problem under study is caused by a great number of application problems whose solution requires identifying the intervals of the mode stationarity of observed and/or controlled processes as well as by numerous conditions when it is necessary to estimate the above intervals. The essence of the method lies in the fact that while analyzing the stationarity of processes we take into account not only the values of the signal itself, but also the values of its first and second derivatives. This approach opens up opportunities to determine the boundaries of the controlled process mode more precisely and to predict the behavior of the process in time. We present the formulation of a real-time NDS problem and the description of the proposed algorithm for its solution. In addition, the description of some results of studying a new method for determining intervals of the process stationarity based on the proposed NDS algorithm. Besides, the comparison of the proposed method with the well-known in mathematical statistics method for determining the process stationarity based on the use of the criterion of inversion. The proposed method makes it possible to precisely calculate the values of derivatives as well as to determine stationarity modes of real object processes. The method has significantly higher noise immunity in comparison with the methods based on the use of classical statistical tests of stationarity. We recommend applying the proposed method for the development of mathematical models of complex dynamic objects operating in real time.

Keywords: approximation, differentiation signals, derivative, stationary process, model, mathematical statistics, criterion of inversions, pseudo-inverse matrix

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-2-7-19

[*] *Received 27 February 2015.*
This work was financially supported by RFBR grant №13-08-00092.

REFERENCES

1. Bulinskii A.V., Shiryaev A.N. *Teoriya sluchainykh protsessov* [Theory of random processes]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 400 p.

2. Bendat J.S. *Random data: analysis and measurement procedures*. New York, John Wiley & Sons, 1986. 566 p. (Russ. ed.: Bendat Dzh., Pirsol A. *Prikladnoi analiz sluchainykh dannykh*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1989. 542 p.).

3. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnostei* [Probability theory]. 10th ed., ster. Moscow, Akademiya Publ., 2005. 576 p.

4. Feller W. *An introduction to probability theory and its applications*. Vol. 2. New York, John Wiley & Sons, 1966. XIII, 626 p. (Russ. ed.: Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostei i ee prilozheniya*. T. 2. Moscow, Mir Publ., 1967. 752 p.).

5. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Tsifrovoe differentsirovanie signalov v real'nom masshtabe vremeni s primeneniem skol'zyashchei kvadratichnoi approksimatsii [Digital differentiation of signals in real time with moving square approximation]. *Omskii nauchnyi vestnik – Omsk Scientific Bulletin*, 2006, no. 7 (43), pp. 110–113.

6. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Tsifrovoe differentsirovanie signalov s primeneniem mnogotochechnykh metodov v sistemakh avtomaticheskogo regulirovaniia protsessov [Digital differentiation of signals with application of multi-point methods in systems of automatic control of processes]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki – Proceedings of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, 2009, no. 2 (20), pp. 83–88.

7. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Tsifrovoe differentsirovanie izmeryaemykh signalov s primeneniem integral'nykh uravnenii V. Vol'terra i ego regulyarizatsiya [Digital differentiation of measured signals with application of the integrated equations of V. Volterra and its regularization]. *Omskii nauchnyi vestnik – Omsk Scientific Bulletin*, 2013, no. 2 (120), pp. 308–312.

8. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 575 p.

9. Il'in V.A. *Osnovy matematicheskogo analiza*. V 2 ch. Ch. 1 [Fundamentals of mathematical analysis. In 2 pt. Pt. 1]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 648 p.

10. Fikhtengol'ts G.M. Osnovy matematicheskogo analiza. V 2 ch. Ch. 1 [Fundamentals of mathematical analysis. Pt. 1]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2001. 440 p.

11. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of the solution of incorrect tasks]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 286 p.

12. Demidovich B.P., Maron I.A. *Osnovy vychislitel'noi matematiki* [Foundations of computational mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1963. 660 p.

13. Svetlakov A.A. *Traditsionnoe i netraditsionnoe otsenivanie neizvestnykh velichin.* V 2 ch. Ch. 1. *Prosteishie zadachi otsenivaniya neizvestnykh velichin po rezul'tatam ikh eksperimental'nykh izmerenii* [Traditional and non-traditional assessment unknowns. In 2 pt. Pt. 1. The simplest problem of estimating unknown quantities according to the results of experimental measurements]. Tomsk, TUSUR Publ., 2007. 550 p.

14. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A. Sintez mnogotochechnogo metoda tsifrovogo differentsirovaniya signalov [Multidot method of digital differentiation of signals]. *Omskii nauchnyi vestnik – Omsk Scientific Bulletin*, 2009, no. 3 (83), pp. 201–204.

15. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Regulyarizatsiya prosteishego algoritma tsifrovogo differentsirovaniya signalov [Regularization of the elementary algorithm of digital differentiation of signals]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science Bulletin of the Novosibirsk State Technical University*, 2006, no. 4 (25), pp. 53–65.

ISSN 1814-1196, http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 59, No. 2, 2015, pp. 7–19