

УДК 519.876.5

Спецификация и инструментальный анализ гибридных систем*

Ю.В. ШОРНИКОВ¹, А.В. БЕССОНОВ², Д.Н. ДОСТОВАЛОВ³

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: shornikov@inbox.ru

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант. E-mail: abv.poste@gmail.com

³ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: d.dostovalov@corp.nstu.ru

В работе рассматриваются дискретно-непрерывные (гибридные) системы и средства инструментального моделирования. Введены новые гибридные модели для анализа систем во временной и в пространственной областях. Режимное поведение таких систем описывается дифференциальными уравнениями в частных производных параболического типа с ограничениями определенного вида. Предложена обобщенная классификация типов гибридного поведения с учетом причин возникновения событий и результатов смены режима. В связи с необходимостью инструментального моделирования расширенного класса событийно-непрерывных систем на основе стандарта CSSL разработана новая архитектура программного комплекса. Показано разделение каркаса модели и каркаса эксперимента в инструментальной среде. Программный комплекс унифицирован к моделям на универсальных и предметно-ориентированных входных языках. Каркас модели включает оригинальное внутреннее представление расчетных моделей в терминологии гибридных систем, предоставляющее возможность обобщенной спецификации, хранения и обработки вычислительной задачи. Каркас эксперимента подготавливает и выполняет вычислительную модель. Создан язык текстовой спецификации компьютерных моделей, унаследованный от языка LISMA и дополненный конструкциями для записи уравнений в частных производных и краевых условий. Выполнена классификация грамматики разработанного языка, показана однозначность порождающей грамматики. Выбраны средства реализации лексического и синтаксического анализатора. Корректность предложенного подхода конструктивно доказана на тестовых задачах. Предложен гибридный подход к описанию и анализу задач системной динамики Дж. Форрестера. Проведено моделирование производственно-сбытовой системы в терминах гибридных моделей. Рассмотрена гибридная задача с уравнениями в частных производных, описывающая изменение концентрации озона в стратосфере.

Ключевые слова: гибридная система, пространственно-временная модель, архитектура программного обеспечения, унификация, символьная спецификация, язык, классификация грамматики, вычислительный эксперимент

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-4-101-117

* Статья получена 01 июля 2015 г.

Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-00047-а.

ВВЕДЕНИЕ

В начале 90-х годов XX века А. Пнуэли и Д. Харел основали новое направление в исследовании дискретно-непрерывных моделей – методологию гибридных систем (ГС) [1, 2]. Отличительной особенностью сложного поведения ГС является множество качественно отличающихся и последовательно сменяющихся режимов функционирования. Режимное или непрерывное поведение называется состоянием ГС, а переключения режимов – дискретными действиями или событиями. Время выполнения дискретных действий не учитывается, с точки зрения функционирования системы они выполняются мгновенно. Глобальное поведение ГС определяется последовательностью состояний s_i , $i = 1, \dots, N$, сменяющих друг друга в результате дискретных событий e_j , $j = 1, \dots, M$. Так формируется общая системная траектория в интервале времени $t \in [t_0, t_K]$, представленная на рис. 1.

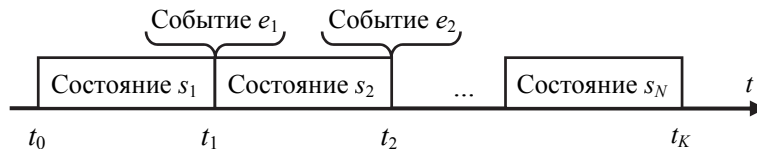


Рис. 1. Геометрическая интерпретация глобального поведения ГС

Гибридные модели позволяют описывать системы во множестве инженерных приложений. В механических объектах непрерывное движение может быть прервано или скорректировано физическим воздействием; в электронных схемах непрерывные явления управляются коммутирующими элементами и полупроводниковыми приборами; в химических процессах ход реакции контролируется насосами и клапанами; во встраиваемых вычислительных системах электронный компьютер дискретно взаимодействует с аналоговым окружением. Также ГС применяются в моделировании гетерогенных систем, элементы и подсистемы которых имеют различную физическую природу.

В классическом представлении непрерывное поведение ГС описывается системой дифференциальных либо дифференциально-алгебраических уравнений. Дискретное поведение представлено конечным автоматом, определяющим состояния и условия переходов между ними. Современные сложные динамические системы из различных прикладных областей не ограничиваются традиционными ГС. Рост потребностей в моделях сложных технических объектов и развитых сценариях моделирования обусловил возникновение расширенного класса систем, описывающего динамику исследуемого объекта не только во временной, но и в пространственной области. Поэтому задача спецификации и инструментального анализа ГС приобретает новую постановку.

Компьютерный анализ ГС обычно производится в окружении инструментальных средств моделирования, передовыми из которых являются Charon (США), AnyLogic (Россия), Scicos (Франция), Rand Model Designer (Россия), Hybrid Toolbox и HyVisual (США), DYMOLA (Швеция) и другие. Ниже рассмотрены особенности моделирования ГС в инструментальной среде ИСМА_2015.

1. КЛАСС СИСТЕМ

Традиционно рассматриваются системы, режимное поведение которых определяется на решении дифференциально-алгебраических уравнений (ДАУ) с некоторыми ограничениями:

$$\begin{aligned} y' &= f(t, x, y), \quad x = \varphi(t, x, y), \\ pr: g(t, x, y) &< 0, \\ t &\in [t_0, t_k], \quad x(t_0) = x_0, \quad y(t_0) = y_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x \in R^{N_X}$, $y \in R^{N_Y}$, $f: R \times R^{N_X} \times R^{N_Y} \rightarrow R^{N_Y}$, $\varphi: R \times R^{N_X} \times R^{N_Y} \rightarrow R^{N_X}$, $g: R \times R^{N_X} \times R^{N_Y} \rightarrow R$.

Скалярная функция $g(t, x, y)$ называется событийной функцией или предохранителем. Именно событийная функция определяет условия существования ГС в заданном режиме [3, 4].

Введем класс ГС, режимное поведение которых задано системой параболических дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) с начальными и краевыми условиями и ограничениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} &= \psi \left(z, t, p, \frac{\partial z}{\partial p}, \frac{\partial^2 z}{\partial p^2} \right), \\ pr: g(z, t) &< 0, \\ z(t_0, p) &= z_0, \quad z(t, p_0) = \delta(t, p_0), \quad z(t, p_m) = \delta(t, p_m), \\ \left. \frac{\partial z}{\partial p} \right|_{p_0} &= n(t, p_0), \quad \left. \frac{\partial z}{\partial p} \right|_{p_m} = n(t, p_m), \\ t &\in [t_0, t_k], \quad p \in [p_0, p_m], \end{aligned} \quad (2)$$

где $z \in R^{N_z}$, $\psi: R^{N_z} \times R \times R^{N_p} \times R^{2N_p} \rightarrow R^{N_z}$, $g: R^{N_z} \times R \rightarrow R$.

Задача (2) может содержать краевые условия первого (задача Дирихле – вектор $\delta(t, p_0)$) и второго рода (задача Неймана – вектор $n(t, p_0)$). Поскольку (2) описывает нестационарные процессы в пространстве, будем называть такие задачи *пространственно-временными гибридными системами* (ПВГС).

2. КЛАССИФИКАЦИЯ ГИБРИДНОГО ПОВЕДЕНИЯ

Дискретное поведение ПВГС определяется последовательностью событий, которые могут возникать в известное время, в определенной области пространства и при определенных значениях фазовых переменных. События

ГС, происходящие в дискретные моменты времени, приводят к глобальному поведению, проиллюстрированному на рис. 1. Смена состояния ГС по пространственным переменным возникает вследствие неоднородности пространства, когда в различных областях математические модели (2) отличаются. Часто событие возникает при достижении заданных значений фазовых переменных. Такой тип гибридного поведения проиллюстрирован множеством примеров в литературе [4, 5]. События ПВГС, возникающие одновременно во временной, пространственной и фазовой областях, определяют наиболее сложный тип гибридного поведения.

В зависимости от результатов дискретного события также можно выделить пять типов гибридного поведения. В системах с гибридным поведением первого рода имеет место скачкообразное изменение значений фазовых переменных, когда $x(t_{i-0}) \neq x(t_{i+0})$. Наглядным примером является маятник с ограничением, в котором упругий отскок груза от вертикального препятствия обуславливает смену знака угловой скорости на противоположный. Гибридное поведение второго рода обусловлено изменением поведения исследуемого объекта без изменения состава фазовых переменных. Примером таких изменений является система двух осциллирующих на пружинах грузов [4], которые могут двигаться отдельно или вместе. Для гибридного поведения третьего рода характерно изменение состава или размерности системы по заданным правилам. Примером является модель математического маятника с обрывающимся подвесом [4]. Гибридное поведение четвертого рода характерно исключительно для ПВГС и характеризуется в смене поведения исследуемого объекта на границах рассматриваемой области в пространстве. При смене состояния происходит изменение правых частей краевых условий (условий Дирихле и Неймана). Примером гибридного поведения четвертого рода является модель, описывающая нестационарный закон теплопроводности на одномерной балке с дискретным изменением поведения на краях в результате внешнего воздействия [6]. Гибридное поведение пятого рода характеризуется изменением состава и/или размерности системы, формулируемым динамически в процессе исполнения модели. Примерами таких систем являются системы массового обслуживания и другие стохастические ПВГС [7].

Классифицируем типы гибридного поведения ПВГС. Можно выделить двадцать типов ПВГС, представленных в табл. 1.

Таблица 1

Классификация типов гибридного поведения ПВГС

Область	1-го рода	2-го рода	3-го рода	4-го рода	5-го рода
Пространство	SSD(1)	SSD(2)	SSD(3)	SSD(4)	SSD(5)
Время	STD(1)	STD(2)	STD(3)	STD(4)	STD(5)
Фазовые переменные	SPD(1)	SPD(2)	SPD(3)	SPD(4)	SPD(5)
Смешанная	SMD(1)	SMD(2)	SMD(3)	SMD(4)	SMD(5)

В предложенной классификации введены следующие аббревиатуры: SSD (switched in spatial domain) – переключение в пространственной обла-

сти; STD (switched in time domain) – переключение в области времени; SPD (switched in phase variable domain) – переключение в области фазовых переменных; SMD (switched in mixed domain) – переключение в смешанной области.

3. АРХИТЕКТУРА СРЕДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИСМА_2015

Разработка компонентов среды моделирования ИСМА производится в контексте богатой мировой практики, в роли которой для систем имитационного моделирования выступает стандарт CSSL (Continuous System Simulation Language – язык моделирования непрерывных систем) [8]. Разработанные сообществом SCI стандарты уже многие десятилетия оказывают существенное влияние на разработку имитационных сред моделирования и языков описания моделей. В первых версиях стандарта CSSL описывались базовые элементы симуляторов. В стандарте введены понятия каркаса модели и каркаса эксперимента. В настоящее время моделью может быть набор взаимосвязанных гетерогенных систем [8]. Каждой из них может соответствовать свой собственный язык спецификации – как символьный, так и графический. Описание математических моделей не ограничивается системами ДАУ и может быть представлено пространственно-временными задачами (ДУЧП) и набором краевых условий. Таким образом, класс систем (1) также рассмотрен в рамках современного представления международного стандарта CSSL.

В архитектуре среды моделирования ИСМА_2015, представленной на рис. 2, центральным объектом исследования является гибридная система как наиболее общий класс сложных систем [9].



Рис. 2. Архитектура среды моделирования ИСМА_2015

Рассмотрим каркас модели в ИСМА_2015. Принципы модульности, расширяемости и унификации позволяют наследовать математическое и программное обеспечение [10]. Все предметные задачи интерпретируются как

купного поведения ГС. Процессор оперирует библиотекой оригинальных численных методов [4, 11] и алгоритмом корректного обнаружения событий [4]. В зависимости от решаемой задачи реализовано переключение между различными процессорами численного анализа. При этом слой спецификации, представленный языком описания модели, интерпретатором и УВП, остается единым для каждого блока вычислительного эксперимента.

4. ЯЗЫК ТЕКСТОВОЙ СПЕЦИФИКАЦИИ LISMA_PDE

Спецификация ГС в ISMA_2015 выполняется на языке LISMA_PDE (Language of ISMA with PDE) [12]. Язык разработан в идеологии наследования конструкций языка LISMA [4], порождаемого КС-грамматикой типа LL(2) [4, 13], с расширением компонентами для записи задач типа (2). Из языка LISMA заимствованы следующие конструкции: объявления констант, описание обыкновенных дифференциальных уравнений и начальных условий (задача Коши), описание алгебраических уравнений, макроподстановки, описание состояний ГС, событийное управление. При разработке LISMA_PDE учитывались особенности записи уравнений в частных производных на языках FlexPDE [14], Wolfram Mathematica [15], gPROMS [16], EMSO [17], ASCEND [18].

Для описания системы уравнений, краевых условий и начальных значений введены новые элементы языка. Спецификация уравнений различных типов выполняется в соответствии с грамматикой $G_{equation}$

$$\begin{aligned}
 equation &\rightarrow ae \mid ode \mid pde \\
 ae &\rightarrow variable '=' expression ';' \\
 ode &\rightarrow variable '":"' expression ';' \\
 pde &\rightarrow 'pde' variable '":"' expression ';' \\
 variable &\rightarrow Identifier
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

В языке LISMA_PDE обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка (*ode*) записываются разрешенными относительно производной по времени. Формат записи: имя переменной, знак «штрих» (апостроф) и алгебраическое выражение правой части. Аналогичной конструкцией без знака «штрих» описываются алгебраические уравнения (продукция *ae*). В гиперболических ДУЧП, разрешенных относительно производной по времени, частные производные записываются в функциональном стиле по аналогии с [14 и 15]. В общем случае в качестве аргументов используются имя дифференцируемой функции, независимая переменная и порядок производной. Например, запись $D(c, x, 2)$ соответствует частной производной $\partial^2 c / \partial x^2$. Для упрощения записи поддерживается ряд предустановленных производных для пространственных переменных x , y и z с порядком не более четырех.

Предыдущий пример может быть записан в сокращенной форме – $dx2(c)$. Имеется поддержка смешанных производных. Например, запись $DD(c, x, y)$ означает $\partial^2 c / \partial x \partial y$.

Явное объявление пространственных переменных с указанием шага дискретизации для конечно-разностной аппроксимации производных записывается в виде

$$\text{var } x[0, 20] \text{ } \textit{apx} \ 30; \quad \text{var } y[0, 30] \text{ } \textit{step} \ 0.5;$$

в данной конструкции в квадратных скобках задаются границы изменения пространственной переменной x . Ключевое слово *apx* (сокр. approximation) используется для определения количества равных интервалов, на которое необходимо разбить область значений переменной x . Ключевое слово *step* позволяет задать шаг дискретизации.

Будем рассматривать задачи с прямоугольной пространственной областью. Для описания краевых условий предложена грамматика со следующими продукциями в расширенной форме Бэкуса–Наура:

$$\begin{aligned} \textit{edge} &\rightarrow \textit{'edge'} \ \textit{edge_eq} \ \textit{'on'} \ \textit{Identifier} \ \textit{edge_side} \textit{'}; \\ \textit{edge_eq} &\rightarrow \textit{Identifier} \ \textit{'='} \ \textit{Decimal} \mid \textit{expression} \\ \textit{edge_side} &\rightarrow \textit{'left'} \mid \textit{'right'} \mid \textit{'both'} . \end{aligned} \tag{4}$$

Порождаемые грамматикой (4) языковые конструкции указывают для заданной переменной краевое условие и тип границы: левый, правый или оба конца области определения. Например, математической записи

$$u(0, y, t) = 0, \quad u(20, y, t) = 100,$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0, t) = \frac{\partial u}{\partial y}(x, 30, t) = 15$$

при $x \in [0, 20]$, $y \in [0, 30]$ соответствует программный фрагмент

$$\textit{edge } u = 0 \textit{ on } x \textit{ left}; \quad \textit{edge } u = 100 \textit{ on } x \textit{ right};$$

$$\textit{edge } D(u, y) = 15 \textit{ on } y \textit{ both};$$

Поскольку грамматика G_{LISMA_PDE} содержит более семидесяти продукций, в настоящей работе она не приводится. Для доказательства однозначности G_{LISMA_PDE} и выбора методов синтаксического анализа необходимо провести классификацию разработанной грамматики.

5. КЛАССИФИКАЦИЯ ГРАММАТИКИ

Рассмотрим грамматику $G = (V_N, V_T, S, P)$, где V_N – нетерминальный словарь, V_T – терминальный алфавит, S – начальный символ, $S \in V_N$, P – множество правил вывода (продукций). Согласно классификации Хомского, G является контекстно-свободной (КС) грамматикой, если она содержит продукции вида $A \rightarrow \beta$, где $A \in V_N$, $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$. Проблема соответствий Поста означает, что в общем случае нельзя показать однозначность и безвозвратность КС-грамматик [13]. Поэтому при проектировании языковых процессоров используются подклассы КС-грамматик, для которых однозначность доказана. Например, строгие КС-грамматики типа $LL(k)$, $k \geq 1$.

Для доказательства принадлежности G к классу $LL(k)$ -грамматик необходимо показать [13], что из существования двух левых выводов: 1) $S \Rightarrow^* \omega A \alpha \Rightarrow \omega \beta \alpha \Rightarrow^* \omega x$ и 2) $S \Rightarrow^* \omega A \alpha \Rightarrow \omega \gamma \alpha \Rightarrow^* \omega y$, для которых $FIRST_k(x) = FIRST_k(y)$, следует $\beta = \gamma$. Здесь $FIRST_k(x)$ – первые k символов терминальной цепочки x при $|x| > k$ либо сама цепочка x , если $|x| \leq k$ [13]. Таким образом, если в $LL(k)$ -грамматике имеются альтернативные правила, то при заданном числе k строки $FIRST_k(x)$ и $FIRST_k(y)$ не совпадают. Применим этот вывод для классификации G_{LISMA_PDE} .

Для сокращения записи введем новые обозначения символов грамматики $G_{equation}$ в соответствии с табл. 2.

Таблица 2

Сокращенные обозначения

<i>equation</i>	<i>ae</i>	<i>ode</i>	<i>pde</i>	<i>variable</i>	<i>expression</i>	'='	','	''	'pde'	<i>Identifier</i>
<i>E</i>	<i>A</i>	<i>O</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>X</i>	<i>e</i>	<i>s</i>	<i>a</i>	<i>p</i>	<i>i</i>

Обозначим грамматику G_{eq} и перепишем с учетом введенных обозначений:

$$G_{eq} = (\{E, A, O, P, V, X\}, \{e, s, a, p, i\},$$

$$E, \{E \rightarrow A|O|P, A \rightarrow VeXs, O \rightarrow VaeXs, P \rightarrow pVaeXs, V \rightarrow i\}). \quad (5)$$

Из (5) можно видеть, что G_{eq} соответствует определению КС-грамматик. Проверим обозначенный подкласс грамматики. Первое правило в (5) содержит три альтернативные части. Покажем выводимость цепочек: 1) $E \Rightarrow A \Rightarrow VeXs \Rightarrow ieXs$; 2) $E \Rightarrow O \Rightarrow VaeXs \Rightarrow iaeXs$; 3) $E \Rightarrow P \Rightarrow pVaeXs \Rightarrow piaXs$. Найдем $FIRST_1(x)$ и $FIRST_2(x)$ для полученных строк (табл. 3).

Таблица 3

Начальные символы строк

Строка	$FIRST_1$	$FIRST_2$
$ieXs$	i	ie
$iaeXs$	i	ia
$piaeXs$	p	pi

В двух случаях получились совпадающие $FIRST_1(x)$. Следовательно, G_{eq} не относится к классу $LL(1)$. При этом строки $FIRST_2(x)$ различны. Таким образом, G_{eq} является грамматикой типа $LL(2)$, что и требовалось определить.

Рассматривая все правила G_{LISMA_PDE} и рассуждая аналогичным образом, можно доказать, что грамматика G_{LISMA_PDE} также является однозначной типа $LL(2)$. Этот вывод позволяет строить безвозвратный анализатор с применением метода рекурсивного спуска.

Разработка лексического и синтаксического анализатора для ИСМА_2015 производилась с использованием генератора парсеров Antlr4, который оптимально подходит для быстрого и эффективного автоматического построения языковых процессоров. Для иллюстрации возможностей созданных средств перейдем к рассмотрению практических примеров спецификации и инструментального моделирования гибридных систем.

6. ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННО-СБЫТОВОЙ СИСТЕМЫ

В работах Дж. Форрестера исследуются вопросы применения методики моделирования к проблемам общего руководства промышленными организациями и долгосрочного эколого-экономического прогнозирования [19]. Результатом вычислительного эксперимента являются численные показатели и календарные графики, относящиеся к движению продукции, рабочей силе, финансам и т. д. Модели системной динамики Форрестера являются непрерывными, и автор неуклонно следует идеологии исследования таких систем. Например, для имитации 10 %-го скачка роста темпа спроса $RRR(t)$ в розничном звене производственно-сбытовой системы [19] Форрестер использует кусочно-непрерывную функцию спроса $RRR(t) = 1000 + kt$, линейно возрастающую на некотором интервале $t \in [0, t^*]$ до величины 1100 единиц. Момент времени t^* можно определить как $t^* = 100/k$. Поскольку $k \gg 1$, то $[0, t^*] \ll T$, где T – длина интервала моделирования. В терминологии гибридных систем интервал $[0, t^*]$ можно считать временной щелью (time gap) [4, 5]. Тогда можно говорить о мгновенном изменении темпа спроса производственно-сбытовой модели Форрестера и все исследования проводить с использованием методологии гибридных систем.

Целью производственно-сбытовой модели является изучение возможных колебаний или неустойчивостей поведения системы, причиной которых могут быть правила управления предприятием, оптовой и розничной торговлей. Особое внимание в модели уделяется изучению запаздывания в потоках заказов и материалов, поскольку временные запаздывания имеют большое влияние на нестабильность информационных систем с обратной связью. Также подробно изучаются факторы, усиливающие колебания темпов потоков системы. К таким факторам относят необходимость заполнения каналов рассматриваемой системы заказами и товарами в соответствии с уровнем деловой активности, а также политику регулирования запасов.

Рассматриваются три звена: производство, оптовая торговля и розничная торговля. Все рассматриваемые звенья связаны потоками доставки продукции и заказов. Входным параметром модели является темп поступления заказов, а выходным – темп доставки товара покупателям. Ввиду громоздкости системы (41 дифференциальное и 54 алгебраических уравнения) полная спецификация модели не приводится. Модели системной динамики Форрестера в первоисточнике описаны с использованием специального символично-графического языка, который может быть приведен к системе ДАУ с ограничениями. На рис. 4 представлен фрагмент модели производственно-сбытовой системы на языке LISMA_PDE.

```
/* === ОПТОВОЕ ЗВЕНО === */
// Невыполненные заказы оптовыми базами
UOD' = RRD - SSD; UOD(0) = 1600.0;
// Фактический запас товаров на оптовых базах
IAD' = SRD - SSD; IAD(0) = 6000.0;
STD = UOD / DFD; // Предполагаемый темп оптовых поставок
NID = IAD / DT; // Предельный темп оптовых поставок
if (NID >= STD) { SSD = STD; } // Темп оптовых поставок
if (NID < STD) { SSD = NID; }
// Минимальное запаздывание выполнения заказов оптовыми базами
const DHD = 1.0;
// Среднее запаздывание выполнения заказов оптовыми базами
const DUD = 0.6;
// Запаздывание в выполнении заказов оптовыми базами
DFD = DHD + DUD * IDD / IAD;
```

Рис. 4. Фрагмент модели производственно-сбытовой системы в ISMA_2015

На рис. 5 представлены результаты вычислительного эксперимента. На диаграмме используются следующие обозначения: IAR – фактический запас в рознице (единицы); IAD – фактический запас товаров на оптовых базах (единицы); DFF – запаздывание выполнения заказов производством (недели); IAF – фактический запас на заводском складе (единицы); UOF – заказы, не выполненные производством (единицы); RRF – требования (заказы), получаемые производством (единицы в неделю); MOF – производственные заказы заводу (единицы в неделю); SRF – поставки товаров на заводской склад, выпуск готовой продукции (единицы в неделю); RRR – требования (заказы), получаемые розницей от покупателей (единицы в неделю).

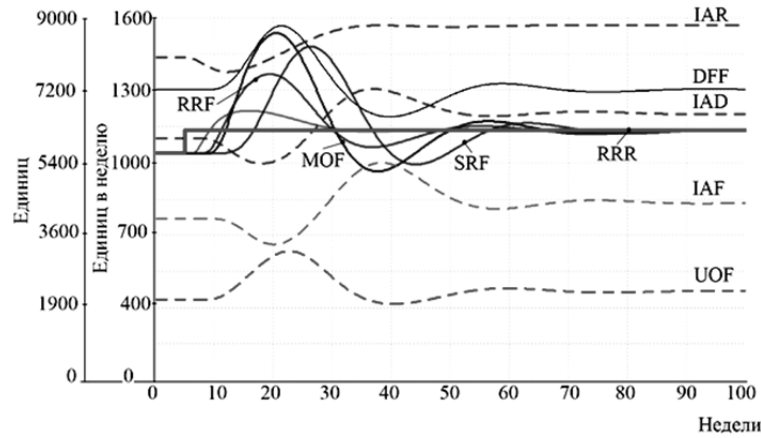


Рис. 5. Результаты моделирования производственно-сбытовой системы

В примере рассматривается реакция производственно-сбытовой системы на внезапное 10-процентное увеличение розничных продаж. Из представленных диаграмм видно, что система испытывает колебания: наблюдаются спады в производстве продукции до значений, меньших темпа розничных продаж, с последующим возникновением преувеличенных по сравнению с продажами темпов размещения заказов на производство продукции и выпуска готовых товаров. Затухание колебания происходит по истечении полутора лет. Полученные результаты полностью соответствуют приведенным в первоисточнике [19], что говорит о корректности выбранного метода моделирования системной динамики.

7. СПЕЦИФИКАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ГС

В качестве иллюстрации приложений из класса (2) рассмотрим модель изменения концентрации озона в стратосфере [20], основанную на двух дифференциальных уравнениях в частных производных параболического типа. Две переменные c^i ($i=1, 2$) соответствуют концентрациям атомарного кислорода (O_1) и озона (O_3) [моль/см³]. Процесс исследуется в пространственной области шириной 20 км ($0 \leq x \leq 20$) на высоте 30...50 км ($30 \leq z \leq 50$) в течение суток ($0 \leq t \leq 86\,400$ [с]). Математическая модель имеет вид

$$\frac{\partial c^i}{\partial t} = K_h \frac{\partial^2 c^i}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v(z) \frac{\partial c^i}{\partial z} \right) + R^i(c^1, c^2, t),$$

где $i=1, 2$, $K_h = 4 \cdot 10^{-6}$, $K_v(z) = 10^{-8} e^{z/5}$,

$$R^1(c^1, c^2, t) = nk_3(t) + k_4(t)c^2 - c^1(k_1 + k_2c^2),$$

$$R^2(c^1, c^2, t) = k_1c^1 - k_2c^1c^2 - k_4(t)c^2,$$

$$k_1 = 6.031, \quad k_2 = 4.66 \cdot 10^{-16}, \quad n = 7.4 \cdot 10^{16},$$

$$k_3 = \begin{cases} \exp\left(\frac{-22.62}{\sin(\pi t/43200)}\right) & \text{при } t < 43\,200 \\ 0 & \text{при } t \geq 43\,200 \end{cases},$$

$$k_4 = \begin{cases} \exp\left(\frac{-7.601}{\sin(\pi t/43\,200)}\right) & \text{при } t < 43\,200 \\ 0 & \text{при } t \geq 43\,200 \end{cases}.$$

Краевые и начальные условия: $\partial c^i / \partial x = 0$ при $x = 0, x = 20$, $\partial c^i / \partial z = 0$, при $z = 30, z = 50$, $c^1(x, z, 0) = 10^6 \alpha(x) \beta(z)$, $c^2(x, z, 0) = 10^{12} \alpha(x) \beta(z)$, $\alpha(x) = 1 - (0.1x - 1)^2 + (0.1x - 1)^4 / 2$, $\beta(z) = 1 - (0.1z - 4)^2 + (0.1z - 4)^4 / 2$.

Программная модель на языке LISMA_PDE приведена на рис. 6.

```
// Константы
const k1 = 6.031, k2 = 4.66* pow(10, -16);
// Пространственные переменные
var z[30, 50] step 5, x[0, 20] step 5;
// Уравнения
k3 = exp( - 22.62/sin(pi*time/43200));
k4 = exp( - 7.601/sin(pi*time/43200));
Kh = 4* pow(10, -6); Kv = pow(10, -8) * exp(z/5);
C1 ' = Kh* D(C1, x, 2) + D(DKV1, z) + R1;
C2 ' = Kh* D(C2, x, 2) + D(DKV2, z) + R2;
DKV1 = Kv * D(C1, z); DKV2 = Kv * D(C2, z);
R1 = - k1*C1-k2*C1*C2+7.4*pow(10, 16) * k3 +k4*C2;
R2 = k1*C1 - k2*C1*C2 - k4*C2;
// Краевые и начальные условия
edge C1=0 on z both; edge C1=0 on x both;
edge C2=0 on z both; edge C2=0 on x both;
C1 (0) = pow(10, 6) * (1-pow(0.1*x - 1, 2) +
pow(0.1*x-1,4)/2)*(1-pow(0.1*z-4,2)+pow(0.1*z-4,4)/2);
C2 (0) = pow(10, 12) * (1 - pow(0.1*x - 1, 2) +
pow(0.1*x-1,4)/2)*(1-pow(0.1*z-4,2)+pow(0.1*z-4,4)/2);
// Дискретное поведение
state st1 (time>43190) { k3=0; k4=0; } from init;
```

Рис. 6. Модель с ДУЧП на языке LISMA_PDE

Для решения ДУЧП используется конечно-разностная аппроксимация частных производных. Результаты анализа модели в ISMA_2015 приведены в работах [10, 11].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложено расширение класса гибридных систем пространственно-временными моделями. Разработана обобщенная классификация типов гибридного поведения с учетом причины возникновения события и результата смены режима.

Современные формализмы и методы анализа сложных динамических систем могут эффективно использоваться предметными специалистами только в том случае, если они реализованы в проблемно-ориентированных комплексах инструментального анализа. Для решения этой задачи разработана архитектура среды моделирования ИСМА_2015. Центральным объектом исследования является гибридная система как наиболее общий класс сложных систем. Настройка среды моделирования на новые предметные области требует минимальных доработок существующих компонентов, в основном связанных с разработкой инструментов спецификации модели.

Предложен универсальный язык символьной спецификации гибридных моделей LISMA_PDE, которая освобождает исследователя от рутинных операций перехода от базовой модели к конечно-разностной форме. Эта процедура автоматизирована и скрыта от пользователя. Проведенная классификация языка подтверждает однозначность разработанной грамматики и служит основанием для выбора и реализации средств синтаксического анализа.

Конструктивно показана корректность предложенного подхода. Проведен тестовый расчет модели производственно-сбытовой системы Дж. Форрестера в терминах гибридных систем. В качестве примера гибридной задачи с уравнениями в частных производных рассмотрена модель изменения концентрации озона в стратосфере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maler O., Manna Z., Pnueli A.* From timed to hybrid systems // *Real-Time: theory in practice*. – Berlin: Springer, 1992. – P. 447–484. – (Lecture Notes In Computer Science; vol. 600).
2. *Harel D.* Statecharts: a visual formalism for complex systems // *Science of Computer Programming*. – 1987. – Vol. 8. – P. 231–274.
3. *Esposito J., Kumar V., Pappas G.J.* Accurate event detection for simulating hybrid systems // *Hybrid systems: computation and control (HSCC)*. – Berlin; New York: Springer, 2001. – P. 204–217. – (Lecture Notes In Computer Science; vol. 2034).
4. *Новиков Е.А., Шорников Ю.В.* Компьютерное моделирование жестких гибридных систем: монография. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – 451 с.
5. *Сениченков Ю.Б.* Численное моделирование гибридных систем. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. – 2004. – 206 с.
6. *Backstrom G.* Simple deformation and vibration by finite element analysis. – Malmö: GB Publishing, 2012. – 322 p.
7. *Claudel C.G., Bayen A.M.* Solutions to switched Hamilton-Jacobi Equations and conservation laws using hybrid components // *Hybrid Systems: Computation and Control*. – 2008. – Vol. 4981. – P. 101–115.
8. *Breitenecker F.* Development of simulation software – from simple ode modelling to structural dynamic systems // *Proceedings of 22nd European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2008, Nicosia, Cyprus, 3–6 June 2008*. – Nicosia, 2008. – P. 5–22.
9. Компоненты ядра программного комплекса «ИСМА 2015»: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617235 / Ю.В. Шорников, А.В. Бессонов. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам, 2015.
10. *Шорников Ю.В., Бессонов А.В.* Унифицированный подход к компьютерному моделированию гибридных систем // *Информационные технологии моделирования и управления*. – 2015. – № 3 (93). – С. 286–298.
11. Instrumental analysis of hybrid systems with PDE / Yu.V. Shornikov, A.V. Bessonov, M.S. Myssak, D.N. Dostovalov // *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*. – 2015. – Vol. 9. – P. 85–93.

12. Компонента спецификации моделей гибридных систем на языке LISMA_PDE: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617191 / Ю.В. Шорников, А.В. Бессонов. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. – 2015.
13. Ахо А.В., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. – М.: Мир, 1978. – 612 с.
14. Adziewski K., Siddiqi A.H. Introduction to partial differential equations for scientists and engineers using mathematica. – Boca Raton, Florida: CRC Press, 2014. – 648 p.
15. Introduction to software for chemical engineers / ed. by M.M. Martin. – Boca Raton, Florida: CRC Press, 2014. – P. 367–453.
16. Soares R.P., Secchi A.R. EMSO: a new environment for modelling, simulation and optimization // Computer Aided Chemical Engineering. – 2003. – Vol. 14. – P. 947–952.
17. ASCEND: an object-oriented computer environment for modeling and analysis: the modeling language / P.C. Piela, T.G. Epperly, K.M. Westerberg, A.W. Westerberg // Computers & Chemical Engineering. – 1991. – Vol. 15, iss. 1. – P. 53–72.
18. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.
19. Brown P.N., Hindmarsh A.C. Matrix free methods in the solution of stiff systems of ODEs. – San Francisco: Lawrence Livermore National Laboratory, 1983. – 38 p.

Шорников Юрий Владимирович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – системное моделирование сложных динамических и гибридных систем. Имеет более 120 публикаций, включая 3 монографии, 5 учебных пособий и один учебник. E-mail: shornikov@inbox.ru.

Бессонов Алексей Владимирович, аспирант кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: теория формальных языков, спецификация гибридных систем. Имеет 17 публикаций. E-mail: abv.poste@gmail.com.

Достовалов Дмитрий Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – компьютерное моделирование гибридных систем. Имеет 40 публикаций. E-mail: d.dostovalov@corp.nstu.ru.

Specification and instrumental analysis of hybrid systems*

Yu. SHORNIKOV¹, A. BESSONOV², D. DOSTOVALOV³

¹ Novosibirsk State Technical University, 20, K Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: shornikov@inbox.ru

² Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, postgraduate student. E-mail: abv.poste@gmail.com

³ Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.), associate professor. E-mail: d.dostovalov@corp.nstu.ru

The paper discusses discrete-continuous (hybrid) systems and simulation tools. New hybrid models for analyzing systems in the time and spatial domain are proposed. Operation behavior of such systems is described by partial differential equations of the parabolic type with some constraints. A generalized classification of hybrid behavior types based on the causes of

* Received 01 July 2013.

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project number 14-01-00047-a.

event occurrence and on the results of a regime change is also suggested. A new architecture of the software tool based on the CSSL standard for modeling an extended class of event-continuous systems is developed. The separation of the model frame and the experiment frame in the tool environment is shown. The software package is unified to the models in the purpose and object-oriented input languages. The model frame includes an original internal representation of computational models in the terminology of hybrid systems providing a possibility of a generalized specification, storage and processing of computational tasks. The experiment frame prepares and executes a computational model. The LISMA_PDE language for the specification of computer models is developed. It is inherited from the LISMA language with added blocks for recording partial differential equations and boundary conditions. The developed language grammar is classified and the unambiguity of the generative grammar is proved. Means for implementing the lexical analyzer and syntactic parser are found. The correctness of the proposed approach is constructively proved on test problems. We propose a hybrid approach to the description and analysis of system dynamics problems. The simulation of the production and trading system in terms of hybrid models is made. A hybrid problem with partial differential equations which describes the dynamics the ozone concentration of ozone in the stratosphere is considered.

Keywords: Hybrid system; space-time model; software architecture; unification; symbolic specification; language; grammar classification; computational experiment

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-4-101-117

REFERENCES

1. Maler O., Manna Z., Pnueli A. From timed to hybrid systems. *Real-Time: theory in practice*. Berlin, Springer, 1992, pp. 447–484.
2. Harel D. Statecharts: a visual formalism for complex systems. *Science of Computer Programming*, 1987, vol. 8, pp. 231–274.
3. Esposito J., Kumar V., Pappas G.J. Accurate event detection for simulating hybrid systems. *Hybrid systems: computation and control (HSCC)*. Berlin, New York, Springer, 2001, pp. 204–217.
4. Novikov E.A., Shornikov Yu.V. *Komp'yuternoe modelirovanie zhestkikh gibridnykh sistem* [Computer simulation of stiff hybrid systems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2012. 451 p.
5. Senichenkov Yu.B. *Chislennoe modelirovanie gibridnykh sistem* [Numerical simulation of hybrid systems]. St. Petersburg, Polytechnic University Publ., 2004. 206 p.
6. Backstrom G. *Simple deformation and vibration by finite element analysis*. Malmö, GB Publishing, 2012. 322 p.
7. Claudel C.G., Bayen A.M. Solutions to switched Hamilton-Jacobi Equations and conservation laws using hybrid components. *Hybrid Systems: Computation and Control*, 2008, vol. 4981, pp. 101–115.
8. Breiteneker F. Development of simulation software – from simple ode modelling to structural dynamic systems. *Proceedings of 22nd European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2008*, Nicosia, Cyprus, 3–6 June 2008, pp. 5–22.
9. Shornikov Yu.V., Bessonov A.V. *Komponenty yadra programmnogo kompleksa "ISMA 2015"* [The components of core of "ISMA 2015" software]. The Certificate on official registration of the computer program. N 2015617235, 2015. (In Russian, unpublished).
10. Shornikov Yu.V., Bessonov A.V. Unifitsirovannyi podkhod k komp'yuternomu modelirovaniyu gibridnykh sistem [The unified approach to computer simulation of hybrid systems]. *Informatsionnye tekhnologii modelirovaniya i upravleniya – Information technology of modeling and control*, 2015, vol. 3 (93), pp. 286–298.
11. Shornikov Yu.V., Bessonov A.V., Myssak M.S., Dostovalov D.N. Instrumental analysis of hybrid systems with PDE. *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, 2015, vol. 9, pp. 85–93.

12. Shornikov Yu.V., Bessonov A.V. *Komponenta spetsifikatsii modelei gibridnykh sistem na yazyke LISMA_PDE* [Component for specification of hybrid systems in the LISMA_PDE language]. The Certificate on official registration of the computer program. N 2015617191, 2015. (In Russian, unpublished).
13. Aho A.V., Ullman J.D. *The Theory of parsing, translation and compiling*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1972–1973. 1002 p. (Russ. ed.: Akho A.V., Ul'man Dzh. *Teoriya sintaksicheskogo analiza, perevoda i kompilyatsii*. Moscow, Mir Publ., 1978. 612 p.).
14. Adziewski K., Siddiqi A.H. *Introduction to partial differential equations for scientists and engineers using mathematica*. Boca Raton, Florida, CRC Press, 2014. 648 p.
15. Martin M.M., ed. *Introduction to software for chemical engineers*. Boca Raton, Florida, CRC Press, 2014, pp. 367–453.
16. Soares R.P., Secchi A.R. EMSO: a new environment for modelling, simulation and optimization. *Computer Aided Chemical Engineering*, 2003, vol. 14, pp. 947–952.
17. Piela P.C., Epperly T.G., Westerberg K.M., Westerberg A.W. ASCEND: an object-oriented computer environment for modeling and analysis: The modeling language. *Computers & Chemical Engineering*, 1991, vol. 15, iss. 1, pp. 53–72.
18. Forrester J.W. *Industrial dynamics*. Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 1961. 464 p. (Russ. ed.: Forrester Dzh. *Osnovy kibernetiki predpriyatiya*. Moscow, Progress Publ., 1971. 340 p.).
19. Brown P.N., Hindmarsh A.C. *Matrix free methods in the solution of stiff systems of ODEs*. San Francisco, Lawrence Livermore National Laboratory, 1983. 38 p.